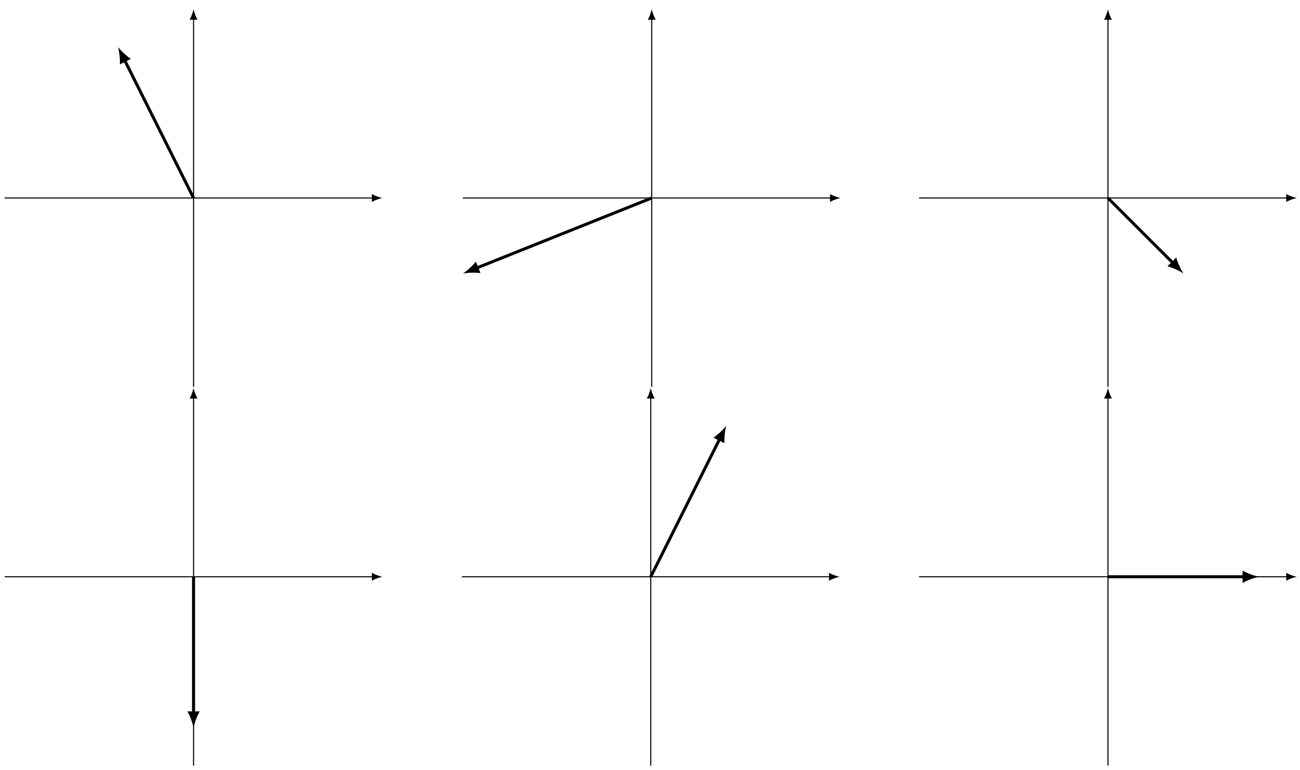
Vettori - Eserciziario

Chiara Spagnoli

Notazione: Dato il vettore $\vec{v}_i$, indicheremo con θ_i l'angolo che il vettore forma con il semiasse positivo delle ascisse, con ρ_i il suo modulo, la x_i la sua ascissa e con y_i la sua ordinata.

1 Coordinate polari e coordinate cartesiane

Esercizio 1.1 Dati i seguenti vettori, disegna la loro direzione e l'angolo che formano con il semiasse positivo delle ascisse:



Esercizio 1.2 Dati i seguenti vettori espressi in coordinate cartesiane, disegnali sul piano cartesiano e deduci le rispettive coordinate polari:

$$\begin{array}{cccc}
\vec{v}_1 = (0,3) & \vec{v}_2 = (3,0) & \vec{v}_3 = (0,-3) & \vec{v}_4 = (-3,0) \\
\vec{v}_5 = (5,6) & \vec{v}_6 = (-5,6) & \vec{v}_7 = (-5,-6) & \vec{v}_8 = (5,-6) \\
\vec{v}_9 = (\sqrt{6},-6) & \vec{v}_{10} = (-\frac{6}{5},-25) & \vec{v}_{11} = (-\sqrt{3},\sqrt{3}) & \vec{v}_{12} = (\frac{2}{3},-1) \\
\vec{v}_{13} = (1,\frac{\sqrt{2}}{2}) & \vec{v}_{14} = (0,-1) & \vec{v}_{15} = (3,-7) & \vec{v}_{16} = (-7,3)
\end{array}$$

Esercizio 1.3 Dati i seguenti vettori espressi in coordinate polari, disegnali sul piano cartesiano e deduci le rispettive coordinate cartesiane:

$$
\begin{array}{cccc}
\theta_1 = \frac{\pi}{2},\ \rho_1 = \sqrt{2} & \theta_2 = \pi,\ \rho_2 = 2\sqrt{2} & \theta_3 = \frac{3\pi}{2},\ \rho_3 = \frac{2}{3} & \theta_4 = 0,\ \rho_4 = 1 \\
\theta_5 = \frac{\pi}{3},\ \rho_5 = \sqrt{3} & \theta_6 = \frac{\pi}{4},\ \rho_6 = \frac{\sqrt{5}}{5} & \theta_7 = \frac{11\pi}{6},\ \rho_7 = 3 & \theta_8 = \frac{7\pi}{6},\ \rho_8 = 4 \\
\theta_9 = \frac{3\pi}{4},\ \rho_9 = \sqrt{\frac{1}{2}} & \theta_{10} = \frac{2\pi}{3},\ \rho_{10} = 2 & \theta_{11} = \pi,\ \rho_{11} = 1 & \theta_{12} = \frac{\pi}{5},\ \rho_{12} = \sqrt{12} \\
\theta_{13} = \frac{19\pi}{10},\ \rho_{13} = \frac{4}{3} & \theta_{14} = \frac{4\pi}{3},\ \rho_{14} = \frac{1}{3} & \theta_{15} = \frac{3\pi}{2},\ \rho_{15} = \sqrt{20} & \theta_{16} = \frac{8\pi}{7},\ \rho_{16} = \sqrt{1}
\end{array}
$$

Esercizio 1.4 Ogni riga della seguente tabella descrive le caratteristiche di un vettore. Completa la tabella utilizzando le informazioni fornite. :

x_i	y_i	θ_i	ρ_i
-3		π	
	3	$\frac{\pi}{3}$	
-3			5
	4	$\frac{\pi}{4}$	
		$\frac{3\pi}{4}$	1
2	-1		
	-1	$\frac{7\pi}{6}$	
	0		2

2 Operazioni tra vettori

Esercizio 2.1 Partendo dalle coordinate cartesiane dei vettori nell'esercizio 1.2, esegui le seguenti combinazioni lineari esprimendo il risultato in coordinate cartesiane:

$$\begin{array}{cccc}
3\vec{v}_5 & 4\vec{v}_5 & -\vec{v}_6 & \frac{1}{5}\vec{v}_{10} \\
\vec{v}_1+\vec{v}_9 & \vec{v}_{15}-\vec{v}_{14} & -\vec{v}_7+2\vec{v}_{15} & \vec{v}_1+\vec{v}_2+\vec{v}_3+\vec{v}_4 \\
\vec{v}_{13}+2\vec{v}_9 & 3\vec{v}_9-2\vec{v}_{11} & \vec{v}_{11}-\vec{v}_9 & \frac{2}{3}\vec{v}_{12}+\vec{v}_{14} \\
\vec{v}_5-(\vec{v}_9+\vec{v}_{13}) & \vec{v}_{11}-\vec{v}_{11} & \sqrt{2}\vec{v}_9-\sqrt{3}\vec{v}_{11} & -\frac{5}{3}\vec{v}_{13}+\vec{v}_4
\end{array}$$

Esercizio 2.2 Partendo dalle coordinate polari dei vettori nell'esercizio 1.3, esegui le seguenti operazioni esprimendo il risultato in coordinate polari:

$$\begin{array}{cccc}
3\vec{v}_5 & 4\vec{v}_5 & -\vec{v}_6 & \frac{1}{5}\vec{v}_{10} \\
\vec{v}_1+\vec{v}_9 & \vec{v}_{15}-\vec{v}_{14} & -\vec{v}_7+2\vec{v}_{15} & \vec{v}_1+\vec{v}_2+\vec{v}_3+\vec{v}_4 \\
\vec{v}_{13}+2\vec{v}_9 & 3\vec{v}_9-2\vec{v}_{11} & \vec{v}_{11}-\vec{v}_9 & \frac{2}{3}\vec{v}_{12}+\vec{v}_{14} \\
\vec{v}_5-(\vec{v}_9+\vec{v}_{13}) & \vec{v}_{11}-\vec{v}_{11} & \sqrt{2}\vec{v}_9-\sqrt{3}\vec{v}_{11} & -\frac{5}{3}\vec{v}_{13}+\vec{v}_4
\end{array}$$

Esercizio 2.3 Partendo dalle coordinate cartesiane dei vettori nell'esercizio 1.2, esegui i seguenti prodotti scalari:

$$\begin{array}{cccc}
\vec{v}_{16}\cdot\vec{v}_{15} & \vec{v}_9\cdot\vec{v}_{11} & \vec{v}_{11}\cdot 2\vec{v}_9 & \frac{2}{3}\vec{v}_{12}\cdot\vec{v}_{14} \\
\vec{v}_{16}\cdot(\vec{v}_1+\vec{v}_3) & \vec{v}_{11}\cdot\vec{v}_{11} & \vec{v}_1\cdot\left(\sqrt{2}\vec{v}_9-\sqrt{3}\vec{v}_{11}\right) & -\frac{5}{3}\vec{v}_{13}\cdot\vec{v}_4
\end{array}$$

Esercizio 2.4 Partendo dalle coordinate polari dei vettori nell'esercizio 1.3, esegui i seguenti prodotti scalari:

$$\begin{array}{cccc}
\vec{v}_{16}\cdot\vec{v}_{15} & \vec{v}_9\cdot\vec{v}_{11} & \vec{v}_{11}\cdot 2\vec{v}_9 & \frac{2}{3}\vec{v}_{12}\cdot\vec{v}_{14} \\
\vec{v}_{16}\cdot(\vec{v}_1+\vec{v}_3) & \vec{v}_{11}\cdot\vec{v}_{11} & \vec{v}_1\cdot\left(\sqrt{2}\vec{v}_9-\sqrt{3}\vec{v}_{11}\right) & -\frac{5}{3}\vec{v}_{13}\cdot\vec{v}_4
\end{array}$$

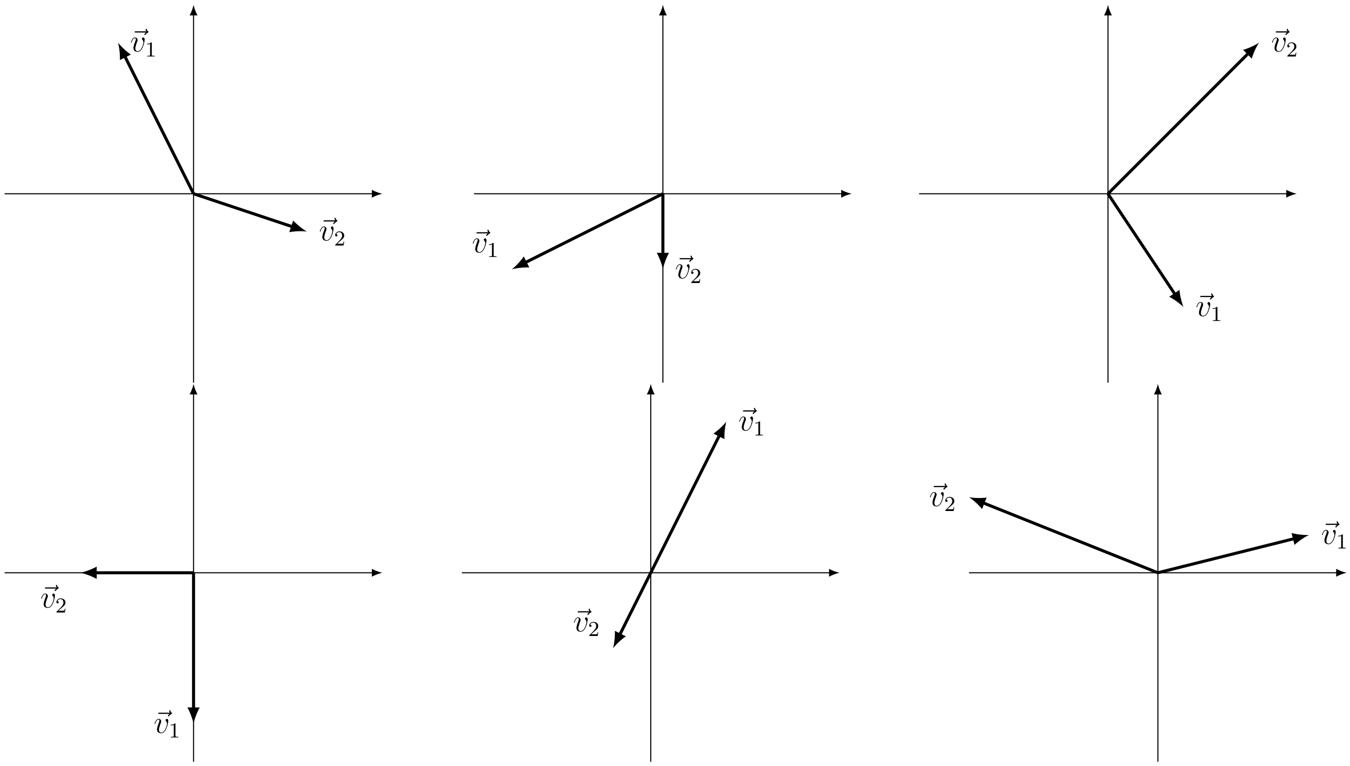
Esercizio 2.5 Partendo dalle coordinate cartesiane dei vettori nell'esercizio 1.2, calcola il modulo delle seguenti operazioni:

$$\begin{array}{cccc}
\vec{v}_{11}\times\vec{v}_{10} & \vec{v}_7\times\vec{v}_2 & \vec{v}_3\times 3\vec{v}_{15} & \frac{1}{4}\vec{v}_5\times\vec{v}_2 \\
\vec{v}_{14}\times(\vec{v}_3+\vec{v}_{10}) & \vec{v}_{13}\times\vec{v}_{13} & \vec{v}_{14}\times\left(\vec{v}_7-\sqrt{3}\vec{v}_{11}\right) & -\frac{2}{5}\vec{v}_{16}\times\vec{v}_4
\end{array}$$

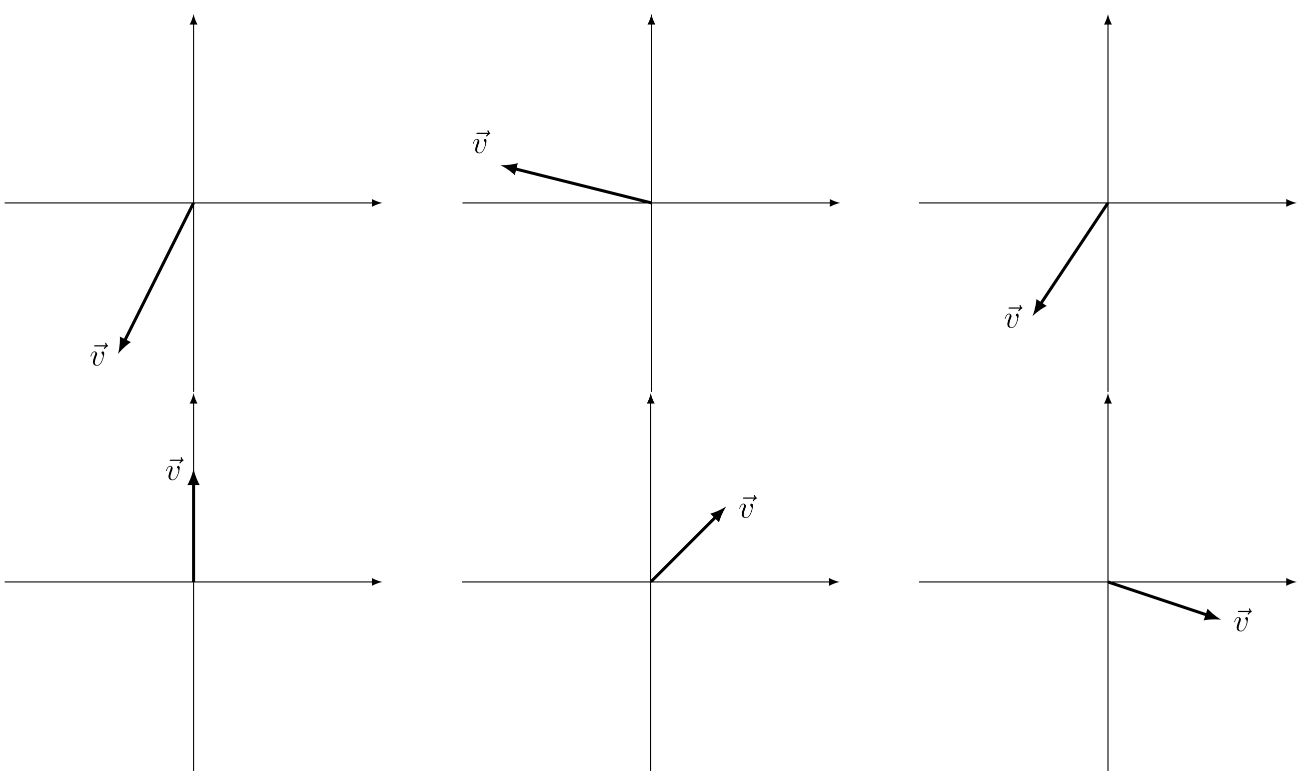
Esercizio 2.6 Partendo dalle coordinate polari dei vettori nell'esercizio 1.3, calcola il modulo delle seguenti operazioni:

$$\begin{array}{cccc}
\vec{v}_{11}\times\vec{v}_{10} & \vec{v}_7\times\vec{v}_2 & \vec{v}_3\times 3\vec{v}_{15} & \frac{1}{4}\vec{v}_5\times\vec{v}_2 \\
\vec{v}_{14}\times(\vec{v}_3+\vec{v}_{10}) & \vec{v}_{13}\times\vec{v}_{13} & \vec{v}_{14}\times\left(\vec{v}_7-\sqrt{3}\vec{v}_{11}\right) & -\frac{2}{5}\vec{v}_{16}\times\vec{v}_4
\end{array}$$

Esercizio 2.7 Dati i seguenti vettori, disegna i vettori $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ e $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$:

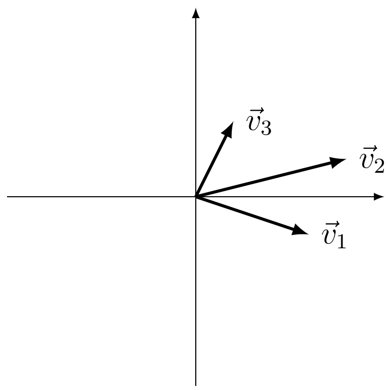


Esercizio 2.8 Dati i seguenti vettori, disegna i vettori $2\vec{v}$ e $-\frac{1}{2}\vec{v}$:



3 Esercizi a crocette

Esercizio 3.1 Dati i vettori $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$, è corretto affermare che:



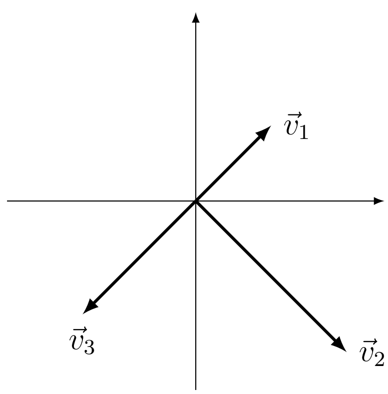
[A] $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$

[B] $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$

[C] $\vec{v}_3 = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

[D] $\vec{v}_3 = 2\vec{v}_1$

Esercizio 3.2 Dati i vettori $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$, è corretto affermare che:



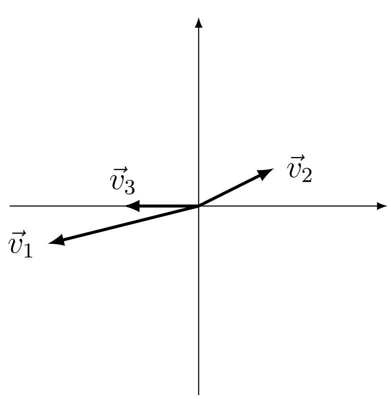
[A] $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_3 = 0$

[B] $|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2| = 0$

[C] $\vec{v}_2 = \vec{v}_3 + \vec{v}_1$

[D] $\vec{v}_3 = k\ \vec{v}_1,\ con\ k < 0$

Esercizio 3.3 Dati i vettori $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$, è corretto affermare che:



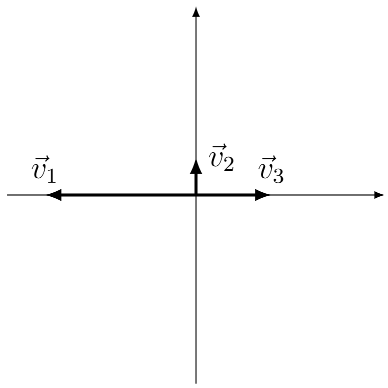
[A] $\vec{v}_1$ *e* $\vec{v}_2$ *hanno la stessa direzione*

[B] $\vec{v}_3$ *e* $\vec{v}_1$ *hanno la stessa direzione*

[C] $\vec{v}_3 = \vec{v}_2 + \vec{v}_1$

[D] $\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_1 < 0$

Esercizio 3.4 Dati i vettori $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$, quale affermazione è falsa?



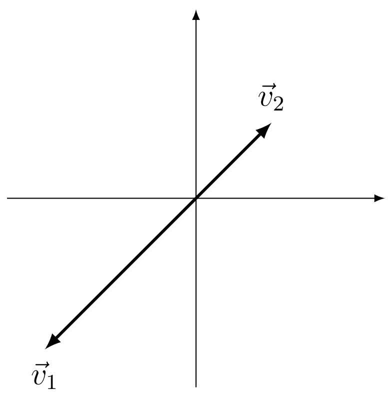
[A] $\vec{v}_3 \times \vec{v}_1 = 0$

[B] $\vec{v}_3 \times \vec{v}_2 = 0$

[C] $\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_2 = 0$

[D] $\vec{v}_3 \cdot \vec{v}_1 = |\vec{v}_3| \cdot |\vec{v}_1|$

Esercizio 3.5 Dati i vettori $\vec{v}_1$, e $\vec{v}_2$, è corretto affermare che:



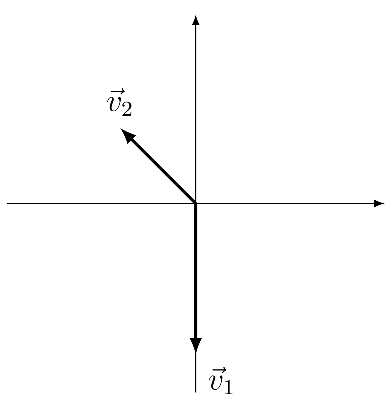
[A] $\vec{v}_1 = k\ \vec{v}_2\ \textit{con}\ k < -1$

[B] $\vec{v}_1 = k\ \vec{v}_2\ \textit{con}\ -1 < k < 0$

[C] $\vec{v}_1 = k\ \vec{v}_2\ \textit{con}\ 0 < k < 1$

[D] $\vec{v}_1 = k\ \vec{v}_2\ \textit{con}\ k > 1$

Esercizio 3.6 Dati i vettori $\vec{v}_1$, e $\vec{v}_2$, è corretto affermare che:



[A] $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ *ha verso uscente*

[B] $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ *ha verso entrante*

[C] $\vec{v}_2 \times\ \vec{v}_2 \neq 0$

[D] $\vec{v}_2 \times\ \vec{v}_1$ *ha verso entrante*