

Le equazioni- Eserciziario

Chiara Spagnoli

1 Equazioni e disequazioni di primo grado

Esercizio 1.1 Risolvi le seguenti equazioni di primo grado, prestando attenzione all'insieme delle soluzioni. In particolare specificare se l'equazione è determinata, indeterminata o impossibile:

a) $1 - x = 2x - 3$

b) $-2(2x - 1) + 3(4x - 4) + 7 = 8x - 1$

c) $-2(x - 1) + 3(4 - x) = 2(x - 3) - 5(2x + 1)$

d) $(x - 3)^2 - (x + 3)^2 + 1 = 1 - 12x$

e) $x^2 + (x - 1)(x + 2) = 2(x - 1)(x + 1)$

f) $(x - 1)(x + 2) - x(x + 3) = (x - 2)(x + 2) - (x - 1)^2$

g) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$

h) $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} - \frac{x - 1}{10} - \frac{x + 1}{20} = \frac{1}{20} - \frac{x}{10}$

i) $\frac{2x - 1}{2} - \frac{3(1 - 2x)}{4} = \frac{3x - 2}{3}$

j) $\frac{x - 5}{2} - \frac{3 - x}{4} = \frac{x}{5} - \frac{2x - 8}{4}$

k) $\frac{x - 1}{2} + \frac{2 - x}{3} = \frac{1}{6}x$

l) Se avete bisogno di fare più pratica, prendete l'esercizio 1.2 e sostituite $>$, $<$, \geq o \leq con $=$.

Esercizio 1.2 Risolvi le seguenti disequazioni di primo grado prestando attenzione all'insieme delle soluzioni:

a) $1 - x > 2x - 3$

b) $-4(x + 1) < 2x - 6(x + 3)$

c) $-3x > 3(1 - x)$

d) $-2(2x - 1) + 3(4x - 4) + 7 \leq 8x - 1$

e) $-2(x - 1) + 3(4 - x) < 2(x - 3) - 5(2x + 1)$

f) $(x - 3)^2 - (x + 3)^2 + 1 \geq 1 - 12x$

g) $\frac{1}{3}x - x \geq -\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$

h) $2(x - 1) + 3(x - 2) \geq 5(x - 3)$

i) $\frac{x - 1}{2} - \frac{2 - x}{3} > \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x$

j) $2(x - 1) - x > x + 3$

k) $\frac{(x - 1)^2}{5} - \frac{(x + 1)^2 + x^2}{10} \geq 1 - \frac{3}{5}x$

l) Se avete bisogno di fare più pratica, prendete l'esercizio 1.1 e sostituite $=$ con $>$, $<$, \geq o \leq a vostra scelta!

Esercizio 1.3 Disegna sul piano cartesiano le seguenti rette, prestando attenzione al punto d'intersezione con l'asse x e al suo coefficiente angolare:

a) $y = 2x - 1$

b) $y = -2x + 1$

c) $y - 1 = x$

d) $3x - 2 + y = 0$

e) $\frac{1}{2}x - y = 3$

f) $x + y - 1 = 0$

g) $0 = x + y - 1$

h) $8x - 2y + 4 = 0$

Esercizio 1.4 Risolvi GRAFICAMENTE le seguenti disequazioni di primo grado :

a) $3x + 1 > 5x - 2$

b) $3x + 1 < 5x - 2$

c) $5x + 1 \geq 3x - 2$

d) $5x + 1 \leq 3x - 2$

e) $2(x + 3) - 3(x - 1) > 0$

f) $\frac{1}{2}x \leq 4 - x$

g) $2(x - 4) \geq x - 2$

h) Se avete bisogno di fare più pratica, prendete l'esercizio 1.2 e interpretate graficamente i risultati ottenuti.

2 Equazioni e disequazioni di secondo grado

Esercizio 2.1 Delle seguenti equazioni di secondo grado, determina il numero di soluzioni (Non c'è bisogno di dire quali sono le soluzioni, solo di dire quante sono!):

a) $x^2 + 2x - 6 = 0$

b) $x^2 + x + 1 = 0$

c) $x^2 - 2x - 3 = -4$

d) $2x^2 - 4x + 6 = 0$

e) $100x^2 - 1000x - 100 = 0$

f) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

Esercizio 2.2 Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado:

a) $x^2 + (x - 2)^2 = (x + 2)^2$

b) $(x - 2)^2 + (x + 2)^2 = 12$

c) $x^2 + 6x - 5 = 0$

d) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

e) $x^2 - 2x + 3 = 0$

f) $(x - 2)(x + 2) = (4x - 3)(4x + 3)$

g) $-\frac{1}{4}x^2 + 3x + 1 = 0$

h) $\frac{(x + 1)^2}{2} + \frac{(x - 1)^2}{2} = \frac{x^2 + 1}{4} + \frac{x + 6}{8}$

i) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)(2x + 3) = -\frac{5}{4}x$

j) $\frac{x^2}{2} = \frac{x - 1}{3} + 1$

Esercizio 2.3 Disegna sul piano cartesiano le seguenti parabole, prestando attenzione ai punti di intersezione con l'asse :

a) $y = x^2 - 3x + 2$

b) $y = -x^2 + 3x - 2$

c) $y = x^2 - 4x + 4$

d) $y = -x^2 + 4x - 4$

e) $y = x^2 + x + 1$

f) $y = -x^2 - x - 1$

g) $y = 5x - x^2 - 6$

h) $y = 2x^2 + 12x + 18$

Esercizio 2.4 Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado prestando attenzione all'insieme delle soluzioni:

a) $x^2 - 3 \geq 0$

b) $x^2 - x \leq 0$

c) $x - x^2 \geq 0$

d) $x^2 + 3x - 4 < 0$

e) $9 - x^2 \geq 0$

f) $x^2 + 2x + 1 \geq 0$

g) $x^2 + 2x + 1 \leq 0$

h) $x^2 + 2x + 1 > 0$

i) $x^2 + 2x + 1 < 0$

j) $x^2 + 2x + 4 \geq 0$

k) $x^2 + 2x + 4 < 0$

l) $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2 < 0$

m) $(2x - 3)(x + 1) + (2x + 3)(x - 1) \geq (x - 3)^2$

n) $\frac{x^2 - 1}{2} - \frac{x - 1}{4} < 0$

3 Equazioni e disequazioni razionali

Esercizio 3.1 Determina le condizioni di esistenza delle seguenti equazioni o disequazioni:

a) $\frac{1}{x} + 2x - 3 = 0$

b) $\frac{11}{x-1} + \frac{2}{x-2} > 0$

c) $\frac{1}{x^2 + x + 1} \leq 0$

d) $\frac{1}{x^2 - 4} + \frac{5}{(x-2)^2} = 0$

e) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2+3} = 0$

f) $\frac{1}{2-x} \cdot \frac{1}{x^2} > 0$

g) $\frac{2}{x^4 - x^2} = 0$

Esercizio 3.2 Risolvi le seguenti equazioni razionali prestando attenzione alle soluzioni. (Ricorda: prima determina le condizioni di esistenza, poi confrontale alle soluzioni ottenute!):

a) $\frac{1}{x} = 0$

b) $\frac{x-1}{x+2} = 0$

c) $\frac{x^2 + 5x + 6}{x+3} = 0$

d) $x^4(x-3)^2(x^2 + 5x + 6) = 0$

e) $\frac{x-2}{x+3} = 1$

f) $\frac{1}{2x-2} - \frac{1}{2x+2} = 0$

g) $\frac{x}{x^2-x} - \frac{1}{x-1} = 0$

h) $x^4 - x^3 + x^2 = 0$

i) $3x^3 + x^2 - 6x - 2 = 0$

j) $\frac{x^3 - 5x^2x + 5}{x^2 - 1} = 0$

k) $\frac{x^2}{4-x} = 2$

Esercizio 3.3 Risolvi le seguenti disequazioni razionali utilizzando il grafico dei segni:

a) $x(x - 1)(2 - x^2) \geq 0$

b) $\frac{x(x - 1)}{2 - x^2} \geq 0$

c) $\frac{x - 1}{2 - x} > 0$

d) $(1 - x)(x^2 + 1)(x - 2)^2 \leq 0$

e) $\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 5} \leq 0$

f) $\frac{(x - 1)(x^2 - 1)}{2x - x^2} > 0$

g) $\frac{x^2 + x + 1}{3 - x} \leq 0$

h) $\frac{1}{2x - x^2 - 1} \geq 0$

i) $\frac{-1}{2x - x^2 - 1} \geq 0$

j) $\frac{1}{x} \geq 1$

k) $(4 - x)^2(x - 3)^3(2 - x) > 0$

l) $\frac{x^4 + x^3 + x^2 + 1}{x^4 - x^2} \leq 0$

m) $\frac{x + 2}{2 - x} \leq 2$

4 Esercizi a crocette

Esercizio 4.1 Le disequazioni $\frac{1}{x} \geq 0$ e $x > 0$ hanno :

- (A) Come insieme di soluzioni rispettivamente $x \geq 0$ e $x > 0$
- (B) Lo stesso insieme di soluzioni ed è pari a $x \geq 0$
- (C) La prima è impossibile e la seconda ha come soluzione $x > 0$
- (D) Lo stesso insieme di soluzioni ed è pari a $x > 0$

Esercizio 4.2 Le equazioni $\frac{1}{x} = 0$ e $2x = 0$ hanno :

- (A) Come insieme di soluzioni rispettivamente $x = 0$ e $x = \frac{1}{2}$
- (B) Lo stesso insieme di soluzioni ed è pari a $x = 0$
- (C) La prima è impossibile e la seconda ha come soluzione $x = 0$
- (D) La prima è impossibile e la seconda ha come soluzione $x = \frac{1}{2}$

Esercizio 4.3 La funzione $y = \frac{(x-2)^2}{x^2+x+1}$ è:

- (A) Positiva $\forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$
- (B) Positiva $\forall x \in \mathbb{R}$
- (C) Positiva $\forall x \in \mathbb{R} - \{\pm 2\}$
- (D) Positiva per $x > 2$

Esercizio 4.4 Le soluzioni della disequazione $\frac{1}{3-x} \geq 0$ sono:

- (A) $x > 3$
- (B) $x < 3$
- (C) $x \geq 3$
- (D) $x \leq 3$

Esercizio 4.5 Le soluzioni dell'equazione $\frac{1}{3-x} = 0$ sono:

- (A) $x = 3$
- (B) l'equazione è impossibile
- (C) l'equazione è indeterminata
- (D) $x \neq 3$

Esercizio 4.6 Le soluzioni della disequazione $\frac{-2}{(x-1)^2} \leq 0$ sono:

- (A) $\forall x \in \mathbb{R}$
- (B) la disequazione è impossibile
- (C) $\forall x \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$
- (D) $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$

Esercizio 4.7 Le soluzioni della disequazione $\frac{2}{(x-1)^2} \leq 0$ sono:

- (A) $\forall x \in \mathbb{R}$
- (B) la disequazione è impossibile
- (C) $\forall x \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$
- (D) $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$

Esercizio 4.8 Le soluzioni dell'equazione $\frac{-2}{(x-1)^2} = 0$ sono:

- (A) $\forall x \in \mathbb{R}$
- (B) l'equazione è impossibile
- (C) $\forall x \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$
- (D) $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}$

Esercizio 4.9 Le soluzioni dell'equazione $\frac{(x^2+x-2)(x^2-4)}{1-x^2} = 0$ sono:

- (A) L'equazione è impossibile
- (B) $x = \pm 2, x = \pm 1$
- (C) $x = \pm 2$
- (D) $x = \pm 1$ e $x = 2$

Esercizio 4.10 Le soluzioni della disequazione $-x^2 + 2x - 1 < 0$ sono:

- (A) $\forall x \in \mathbb{R}$
- (B) $x \neq 1$
- (C) $x > 1$
- (D) $x < 1$

Esercizio 4.11 Le soluzioni dell'equazione $(x+1)^2(x-x^2-1)(1-x) = 0$ sono:

- (A) L'equazione è impossibile
- (B) $x < 1$
- (C) $x = \pm 1$
- (D) $x = \pm 1$ e $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$