Università degli Studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile

Analisi Matematica II

Prova scritta #6 del 2.2.2018 **[A]**

1. punti 8 Civili NP, Civili VP, Edili

Trovare il cilindro circolare retto di volume massimo tra quelli inscritti nella sfera di raggio 1.

Risolvere il problema utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

2. punti 8 Civili NP, Civili VP, Edili

Dopo aver determinato l'equazione del piano T tangente nel punto (1,1,1) alla superficie di equazione $x^3 + 2y^2 - 7z^3 + 3y + 1 = 0$, calcolare il volume della porzione di cilindro (x-1)² + (y-1)² \leq 1 compresa tra il piano T e il piano xy.

3. punti 8 Civili NP, Civili VP, Edili (Edili: soltanto con Stokes)

Calcolare la circuitazione del campo vettoriale F = (y + 2z, z + 2x, x + 2y) lungo la curva descritta in forma implicita dalle equazioni $2x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 10$, x + z = 0 e orientata in modo che la sua proiezione sul piano xy lo sia in senso antiorario. Effettuare il calcolo utilizzando sia la definizione di circuitazione sia il teorema di Stokes.

4. punti 8 Civili VP, Edili

Data la successione di funzioni f_n (x) = 2^n x / ($1 + n 2^n x^2$) , $x \ge 0$, studiarne la convergenza puntuale ed uniforme. Provare in particolare che nel dominio dato non c'è convergenza uniforme , che invece vale in ogni intervallo [a , $+\infty$) con a > 0.

5. punti 8 Civili NP

Siano X ed Y due variabili aleatorie discrete e **indipendenti**. X assume i valori -2, -1, 0, 1, 2 con uguale probabilità, mentre Y assume i valori -2, 2 anche in questo caso con uguale probabilità. Si definiscano le variabili aleatorie S := X + Y e T := XY.

- Calcolare media e varianza delle variabili aleatorie S e T.
- Calcolare il coefficiente di correlazione tra S e T.
- Dire se S e T sono indipendenti.

Università degli Studi di Pisa – Corso di Laurea in Ingegneria Civile

Analisi Matematica II

Prova scritta #6 del 2.2.2018 **[B]**

1. punti 8 Civili NP, Civili VP, Edili

Trovare il cono circolare retto di volume massimo tra quelli inscritti nella sfera di raggio 1.

Risolvere il problema utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

2. punti 8 Civili NP, Civili VP, Edili

Dopo aver determinato l'equazione del piano T tangente nel punto (1,1,1) alla superficie di equazione $2 x^2 + y^3 - 7 z^3 + 3 x + 1 = 0$, calcolare il volume della porzione di cilindro (x-1)² + (y-1)² \leq 1 compresa tra il piano T e il piano xy.

3. punti 8 Civili NP, Civili VP, Edili (Edili: soltanto con Stokes)

Calcolare la circuitazione del campo vettoriale F = (2y + z, x + 2z, 2x + y) lungo la curva descritta in forma implicita dalle equazioni $5x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 10$, y + z = 0 e orientata in modo che la sua proiezione sul piano xy lo sia in senso antiorario. Effettuare il calcolo utilizzando sia la definizione di circuitazione sia il teorema di Stokes.

4. punti 8 Civili VP, Edili

Data la successione di funzioni f_n (x) = 2^n x^2 / (1 + n 2^n x^3) , $x \ge 0$, studiarne la convergenza puntuale ed uniforme. Provare in particolare che nel dominio dato non c'è convergenza uniforme , che invece vale in ogni intervallo [a , $+\infty$) con a > 0.

5. punti 8 Civili NP

Siano X ed Y due variabili aleatorie discrete e **indipendenti**. X assume i valori -2, -1, 1, 2 con uguale probabilità, mentre Y assume i valori -3, 0, 3 anche in questo caso con uguale probabilità. Si definiscano le variabili aleatorie S := X + Y e T := XY.

- Calcolare media e varianza delle variabili aleatorie S e T.
- Calcolare il coefficiente di correlazione tra S e T.
- Dire se S e T sono indipendenti.