Analisi Matematica II

Prova scritta del 5.6.2017 - appello #1 [A]

1. Data la funzione $f (x , y) = x \exp (- 2 x^2 - y^2)$,

- trovarne campo di esistenza, segno, zeri e dire se ha limite all'infinito;
- stabilire che la linea di livello passante per il punto $P_0 = (1 , 1)$ è localmente grafico di una funzione $\varphi (x)$; approssimare questa funzione al secondo ordine con punto iniziale $x_0 = 0$;
- trovare i punti di massimo e minimo locali per la funzione $f (x , y)$ e precisare se esistono punti di massimo e minimo assoluti.

* facendo uso del metodo dei moltiplicatori di Lagrange, calcolare il massimo e il minimo della funzione $f (x , y)$ sul vincolo $x^2 + y^2 = 1$.

2. Data la curva ϒ definita dalle equazioni $x^2 + y^2 = 2 y$, $y = z$:

- descriverla geometricamente;
- provare che è regolare;
- trovarne una parametrizzazione in modo che la sua proiezione sul piano xy sia orientata in senso antiorario:
- calcolare la circuitazione del campo $F (x , y , z) = (y^2 , xy , xz)$ su di essa usando la definizione;
- ritrovare il risultato precedente usando il teorema di Stokes.

3. La regione A del piano x,z definita dalle condizioni $x \geq 0$, $1 \leq z \leq 3$, $z \leq 6 - x^2$ ruota attorno all'asse z, formando un solido S .

- Trovare il volume di S e il suo baricentro (pensando il corpo come omogeneo).
- Scrivere un vettore normale alla superficie laterale del solido nel punto (2 , 0 , 2).

4. Si stima che, in media, il tempo di attesa (misurato in secondi) delle telefonate che arrivano al call center di una compagnia sia uguale a $\mu = 55$. Supponiamo di modellizzare tale tempo medio mediante una variabile aleatoria continua X con legge esponenziale (i.e. con funzione densità $f(x) = \lambda exp(-\lambda x)$ per $x > 0$ e nulla altrimenti).

- Dire quale valore dobbiamo assegnare al parametro λ.
- Utilizzare questo modello per calcolare le quantità Var (X) e $P (X > \mu)$.

Un utente che deve fare tre distinte telefonate a questo centralino modellizza il proprio tempo di attesa complessivo come una variabile aleatoria $Y = X_1 + X_2 + X_3$, dove le X_i sono variabili aleatorie indipendenti di legge esponenziale (come al punto precedente).

- Calcolare le quantità E [Y] , Var (Y) , $P (Y \geq E [Y])$.

Analisi Matematica II

Prova scritta del 5.6.2017 - appello #1 [B]

1. Data la funzione $f (x , y) = x \exp (- x^2 - 2 y^2)$,

- trovarne campo di esistenza, segno, zeri e dire se ha limite all'infinito;
- stabilire che la linea di livello passante per il punto $P_0 = (1 , 1)$ è localmente grafico di una funzione $\varphi (x)$; approssimare questa funzione al secondo ordine con punto iniziale $x_0 = 0$;
- trovare i punti di massimo e minimo locali per la funzione $f (x , y)$ e precisare se esistono punti di massimo e minimo assoluti.

* facendo uso del metodo dei moltiplicatori di Lagrange, calcolare il massimo e il minimo della funzione $f (x , y)$ sul vincolo $x^2 + y^2 = 1$.

2. Data la curva ϒ definita dalle equazioni $x^2 + y^2 = 2 x$, $x = z$:

- descriverla geometricamente;
- provare che è regolare;
- trovarne una parametrizzazione in modo che la sua proiezione sul piano xy sia orientata in senso antiorario:
- calcolare la circuitazione del campo $F (x , y , z) = (x^2 , xy , yz)$ su di essa usando la definizione;
- ritrovare il risultato precedente usando il teorema di Stokes.

3. La regione A del piano x,z definita dalle condizioni $x \geq 0$, $3 \leq z \leq 6$, $z \leq 8 - x^2$ ruota attorno all'asse z, formando un solido S .

- Trovare il volume di S e il suo baricentro (pensando il corpo come omogeneo).
- Scrivere un vettore normale alla superficie laterale del solido nel punto (2 , 0 , 4).

4. Si stima che, in media, il tempo di attesa (misurato in secondi) delle telefonate che arrivano al call center di una compagnia sia uguale a $\mu = 70$. Supponiamo di modellizzare tale tempo medio mediante una variabile aleatoria continua X con legge esponenziale (i.e. con funzione densità $f(x) = \lambda exp(-\lambda x)$ per$x > 0$ e nulla altrimenti).

- Dire quale valore dobbiamo assegnare al parametro λ.
- Utilizzare questo modello per calcolare le quantità $Var (X)$ e $P (X > \mu)$.

Un utente che deve fare tre distinte telefonate a questo centralino modellizza il proprio tempo di attesa complessivo come una variabile aleatoria $Y = X_1 + X_2 + X_3$, dove le X_i sono variabili aleatorie indipendenti di legge esponenziale (come al punto precedente).

- Calcolare le quantità $E [Y]$, $Var (Y)$, $P (Y \geq E [Y])$.