

Calcolo integrale – esercizi proposti N. 2

1. Calcolare i seguenti integrali, dopo averne giustificato l'esistenza:

1. $\int_{-\pi/2}^{\pi/3} \frac{1 - \cos x}{\sin x} dx$

2. $\int_0^4 \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{x}} dx$

3. $\int_{-4}^1 \frac{x}{x - 2\sqrt{|x|}} dx$

4. $\int_{-\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$

5. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$

6. $\int_0^1 \frac{6x}{x^3 + 8} dx$

7. $\int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx$

8. $\int_0^e x \log x dx$

2. Calcolare l'area della regione di piano compresa tra i grafici delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$;

1. $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$, $g(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ per $x \in [0, \pi/4]$

2. $f(x) = x^2 - x$, $g(x) = 5x - 2x^2$.

3. $f(x) = x \log x$, $g(x) = x$ per $x \in [0, 3e/2]$

4. $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$, $g(x) = 0$

3. Calcolare il volume dei seguenti solidi di rotazione ottenuti rispettivamente per:

1. rotazione attorno all'asse delle x della regione di piano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = x^3$ e l'asse delle x , per $x \in [-3, 3]$

2. rotazione attorno all'asse delle x della regione di piano situata nel semipiano delle y positive e compresa tra la parabola $y = 4 - x^2$ e la retta $y = 3x$.

3. rotazione attorno alla retta $y = 2$ della regione di piano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = x + (1/x)$ e la retta $y = 4$.

4. rotazione attorno all'asse delle y della regione di piano compresa tra la parabola $y = x^2$ e la retta $y = 3$.

4. Risolvere i seguenti problemi :

$$1. \begin{cases} y' = \operatorname{tg} x \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad \text{per } x \in (-\pi/2, \pi/2)$$

$$2. \begin{cases} y' = \exp(-x^2) \\ y(0) = 0 \end{cases} .$$