

Calcolo differenziale – esercizi proposti N. 1

1. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni

- | | | | |
|------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1. $\text{sen}(x^2)$ | 2. $(\text{sen } x)^2$ | 3. $\log \cos x$ | 4. $\log \log x $ |
| 5. $\frac{\log x - 1}{\log x + 1}$ | 6. $ x \text{sen } x$ | 7. $ x^2 - 1 $ | 8. $\arccos(1/x)$ |
| 9. $\frac{x}{\sqrt{x+1}}$ | 10. $\frac{\text{sen } x}{\text{sen } x + \cos x}$ | 11. $\sqrt{1 + e^{1/x}}$ | 12. $\arcsen \sqrt{4-x}$ |

2. Calcolare la derivata delle seguenti funzioni

- | | | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------|---------------------------|
| 1. $\log \frac{x+1}{x-1}$ | 2. $\log \text{tg } x $ | 3. $\sqrt{1 + \text{sen } 2x}$ | 4. $x + \sqrt{ x^2 - 1 }$ |
| 5. $\text{tg}(x + \text{arctg } 1/x)$ | 6. $\arcsen \frac{2x}{1+x^2}$ | 7. $\exp(1/\log x)$ | 8. $\exp x/(x-1) $ |
| 9. $\exp(\sqrt{ 1-x^2 })$ | 10. $\text{arctg} \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ | 11. $x^{\sqrt{x}}$ | 12. $(1+1/x)^x$ |

3. Calcolare derivata prima e seconda delle seguenti funzioni

- | | | | |
|------------------|-------------------------------|---------------------|--------------------------|
| 1. $\exp(1/x)$ | 2. $\arcsen(2x)$ | 3. $x \log x$ | 4. $\text{sen} x $ |
| 5. $\log \cos x$ | 6. $ \text{sen } x + \cos x$ | 7. $\sqrt{ 1-x^2 }$ | 8. $\frac{ x +1}{ x -1}$ |

4. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico delle seguenti funzioni nei punti indicati oppure precisare che tale retta non esiste

- | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\text{sen}^2 x - \cos x$, $x_0 = \pi/2$ | 2. $\log(2x-1)$, $x_0 = 3/2$ |
| 3. $ x^2 - 4 $, $x_0 = 2$ | 4. $\arcsen(x/2)$, $x_0 = 2$ |
| 5. $\sqrt{ x+3 }$, $x_0 = -3$ | 6. $ x /(x+1)$, $x_0 = 1$ |
| 7. $\begin{cases} \cos x & \text{per } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$, $x_0 = 0$ | 8. $\begin{cases} \text{sen } x & \text{per } x < 0 \\ a & \text{per } x = 0 \\ \text{arctg } x & \text{per } x > 0 \end{cases}$, $x_0 = 0$ |

5. Scrivere il differenziale delle seguenti funzioni nei punti indicati

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| 1. $\sqrt{x^2+1}$, $x_0 = 2$ | 2. $\log \cos x$, $x_0 = \pi/3$ |
| 3. $\text{sen}^2 2x$, $x_0 = \pi/6$ | 4. $\sqrt[3]{x}$, $x_0 = 0$ |

6. Utilizzare il differenziale di una funzione in un punto opportuno per approssimare il valore delle seguenti espressioni

- | | |
|---------------|---------------------------|
| 1. $(2.01)^3$ | 2. $\text{sen } 31^\circ$ |
| 3. $1/1.01$ | 4. $\sqrt[3]{70}$ |

7. Data una funzione $f(x)$, $x \in I$ derivabile, dire in quali punti $x \in I$ anche la funzione $|f(x)|$ è sicuramente derivabile e in quali potrebbe non esserlo. Fornire degli esempi.

8. Data una funzione $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ derivabile, provare che

(i) se f è pari (risp. dispari), allora f' è dispari (risp. pari)

(ii) se f è dispari, allora $f(0) = 0$

(iii) se f è dispari (risp. pari), allora nel punto x_0 le derivate di ordine pari (risp. dispari) sono nulle.

9. Trovare in quali punti x_0 la retta tangente al grafico della funzione $f(x)$ verifica la condizione richiesta

1. $|\log x|/x$, parallela all'asse x

2. $(x^2 + 1)/(x + 2)$, parallela alla retta $y = 5 - x$

3. $\sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}$, parallela all'asse y

4. x^2 , passante per $P = (1, -3)$

10. Due curve si dicono tangenti (risp.: normali) in un punto se in questo punto si intersecano ed hanno la stessa tangente (risp.: tangenti tra loro perpendicolari).

1. Date le curve di equazione $y = kx^2$, $y = k(x - 2)^2$ (con $k \neq 0$), trovare se sono normali in qualche punto.

2. Data la funzione $\sin x$, trovare una funzione $f(x)$ non lineare tale che i due grafici siano tangenti nel punto di ascissa $x_0 = 0$.

11. Trovare la derivata n -esima delle seguenti funzioni

1. $\sin x$

2. $\cos x$

3. $1/(1+x)$

4. $\exp(-2x)$.