

Analisi matematica I - Prova scritta del 19.2.2021

1. punti 10

Provare che la funzione  $f(x) = \frac{1}{\log x}$  è integrabile in un intorno di 0, mentre non lo è in nessun intorno di 1 e di  $+\infty$ .

Studiare le funzioni  $F(x) = \int_{1/2}^x f(t) dt$  e  $G(x) = \int_2^x f(t) dt$ , ciascuna nel suo campo di esistenza.

2. punti 9

Risolvere l'equazione differenziale  $y'' + 4y = 1/\sin 2x$ .

Per trovare una soluzione particolare, si utilizzi il metodo di variazione delle costanti arbitrarie.

3. punti 9

Studiare la funzione  $f(x) = (x^4 + 2x)/(x^3 + 1)$  e tracciarne il grafico.

Lo studio della derivata seconda è richiesto.

Trovare a priori che esiste finita l'area della regione di piano situata nel semipiano delle ascisse positive e compresa tra il grafico della funzione  $f(x)$  e il suo asintoto obliquo.

4. punti 4

Studiare la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - 2)^n}{\sqrt{4 + e^{-n}}}$  all variare del parametro reale  $x$ .