

Analisi Matematica I

Prova scritta del 22.9.2020 [B]

1. Studiare la funzione $f(x) = \frac{|2 - \log x|}{x}$ e tracciarne il grafico.

In particolare, precisare gli eventuali punti di massimo o minimo locale o assoluto, quelli di non derivabilità, quelli di flesso.

Trovare per quali valori del parametro k l'equazione $f(x) = k$ ammette tre soluzioni.

Dire se l'area del sottografico esiste finita.

2. Studiare la convergenza della serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \log(n+3)}{n^2} x^n$.

3. Risolvere l'equazione differenziale $y' = \frac{x \operatorname{sen} y}{1 - \operatorname{cos} y}$, $0 < y \leq \pi$ precisando

gli intervalli in cui sono definite le soluzioni e tracciando il grafico di qualche soluzione.

4. Dato l'integrale $I(n) = \int_{-\infty}^0 (-1)^n x^n e^x dx$ (con $n \in \mathbf{N} \cup \{0\}$)

- provare che esiste per ogni valore di n
- provare per induzione che è $I(n) = n!$