

## Analisi Matematica I

### Prova scritta #1 del 15.6.2020 [ A ]

1. Risolvere l'equazione differenziale  $y' = \frac{\cos y}{\operatorname{tg} x}$ ,  $|x| < \pi/2, x \neq 0$   $|y| \leq \pi/2$ ;

delle soluzioni precisare il dominio di definizione delle soluzioni e tracciare il grafico in qualche caso.

2. Studiare la funzione  $f(x) = \arccos \left| \frac{x+1}{x^2+1} \right|$  e tracciarne il grafico. Lo studio della derivata seconda non è richiesto. Precisare se esistono punti di non derivabilità, indicandone la specie.

Trovare il massimo intorno di  $+\infty$  in cui la funzione risulta invertibile e scrivere l'inversa, precisandone il dominio.

Dire se esiste finita l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione  $f(x)$  e il suo asintoto per  $x \rightarrow +\infty$ , situata a destra della retta  $x = 1$ .

3. Studiare la funzione  $F(x) = \int_{-2}^x e^{-(t+1)^2} dt$ , determinando anche gli intervalli di convessità/concavità.

Mostrare che l'equazione  $F(x) = x$  ammette una e una sola soluzione.

Studiare la convergenza della successione definita per ricorrenza da

4. Studiare la convergenza della serie di potenze  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^{3k-1}}{(2+k^3)3^{2k-1}} x^k$ .

## Analisi Matematica I

Prova scritta #1 del 15.6.2020 [ B ]

1. Risolvere l'equazione differenziale

$$y' = -\frac{\cos y}{\operatorname{tg} x}, \quad |x| < \pi/2, x \neq 0 \quad |y| \leq \pi/2;$$

delle soluzioni precisare il dominio di definizione delle soluzioni e tracciare il grafico in qualche caso.

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \arccos \left| \frac{x-1}{x^2+1} \right|$$

e tracciarne il grafico. Lo studio della derivata seconda non è richiesto. Precisare se esistono punti di non derivabilità, indicandone la specie.

Trovare il massimo intorno di  $-\infty$  in cui la funzione risulta invertibile e scrivere l'inversa, precisandone il dominio.

Dire se esiste finita l'area della regione di piano compresa tra il grafico della funzione  $f(x)$  e il suo asintoto per  $x \rightarrow -\infty$ , situata a sinistra della retta  $x = -1$ .

3. Studiare la funzione  $F(x) = \int_3^x e^{-(t-1)^2} dt$ , determinando anche gli intervalli di convessità/concavità.

Mostrare che l'equazione  $F(x) = x$  ammette una e una sola soluzione.

Studiare la convergenza della successione definita per ricorrenza da

4. Studiare la convergenza della serie di potenze  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2+k^3)2^{3k-1}}{3^{k+2}} x^k$ .