Soluzioni [ A ]

2.

* La successione è ben definita ( questo è ovvio, perché la funzione f ( x ) è definita su tutto R ) e positiva ( questo si prova facilmente per induzione ).
* xn+1 ≤ xn 



* Proviamo per induzione che è sempre xn < 2.

Per n = 1 è vera ( x1 = 3/8 ).

Supponiamola vera per n e verifichiamola per n+1:

 , vera per l’ipotesi fatta.

* La successione è sempre compresa in [ 0 , 2 ] dunque è limitata; inoltre è decrescente e dunque ammette limite ( che è anche l’estremo inferiore ) che è necessariamente il punto fisso 0.
* In conclusione : sup = max = 3/8 , min non esiste , inf = lim = 0.
* La serie corrispondente verifica la condizione necessaria per la convergenza; inoltre è positiva e possiamo quindi studiarla con il criterio del rapporto:

.

Il risultato garantisce la convergenza della serie.

3.

* 
* log xn = 

.

Soluzioni [ B ]

2.

* La successione è ben definita ( questo è ovvio, perché la funzione f ( x ) è definita su tutto R ) e positiva ( questo si prova facilmente per induzione ).
* xn+1 ≤ xn 



* Proviamo per induzione che è sempre xn > 3.

Per n = 1 è vera ( x1 = 7/2 ).

Supponiamola vera per n e verifichiamola per n+1:

,

vera per l’ipotesi fatta.

* La successione è sempre compresa in [ 3 , +∞ ) ed è crescente: dunque ammette limite ( che è anche l’estremo superiore ). Non essendoci a destra di 3 punti fissi, il limite è +∞. In particolare la successione non è limitata superiormente.
* In conclusione : sup = +∞, max non esiste , inf = min = 7/2.
* La serie associata alla successione 1 / xn verifica la condizione necessaria per la convergenza; inoltre è positiva e possiamo quindi studiarla con il criterio del rapporto:

 

Il risultato garantisce la convergenza della serie.

3.

* 
* log xn = 

.

Soluzioni [ C ]

2.

* La successione è ben definita ( questo è ovvio, perché la funzione f ( x ) è definita su tutto R ) e positiva ( questo si prova facilmente per induzione ).
* xn+1 ≤ xn 



* Proviamo per induzione che è sempre xn > 2.

Per n = 1 è vera ( x1 = 8/3 ).

Supponiamola vera per n e verifichiamola per n+1:

,

vera per l’ipotesi fatta.

* La successione è sempre compresa in [ 2 , +∞ ) ed è crescente: dunque ammette limite ( che è anche l’estremo superiore ). Non essendoci a destra di 2 punti fissi, il limite è +∞. In particolare la successione non è limitata superiormente.
* In conclusione : sup = +∞, max non esiste , inf = min = 8/3.
* La serie associata alla successione 1 / xn verifica la condizione necessaria per la convergenza; inoltre è positiva e possiamo quindi studiarla con il criterio del rapporto:

 

Il risultato garantisce la convergenza della serie.

3.

* 
* log xn = 

.

Soluzioni [ D ]

2.

* La successione è ben definita ( questo è ovvio, perché la funzione f ( x ) è definita su tutto R ) e positiva ( questo si prova facilmente per induzione ).
* xn+1 ≤ xn 



* Proviamo per induzione che è sempre xn < 3.

Per n = 1 è vera ( x1 = 2/7 ).

Supponiamola vera per n e verifichiamola per n+1:

 , vera per l’ipotesi fatta.

* La successione è sempre compresa in [ 0 , 3 ] dunque è limitata; inoltre è decrescente e dunque ammette limite ( che è anche l’estremo inferiore ) che è necessariamente il punto fisso 0.
* In conclusione : sup = max = 2/7 , min non esiste , inf = lim = 0.
* La serie corrispondente verifica la condizione necessaria per la convergenza; inoltre è positiva e possiamo quindi studiarla con il criterio del rapporto:

.

Il risultato garantisce la convergenza della serie.

3.

* 
* log xn = 

.