Soluzioni – test A

1. $n = 5$

Infatti $z = 1e^{i\pi/4}$, $z^n = 1e^{in\pi/4}$, $-z = 1e^{i5\pi/4}$

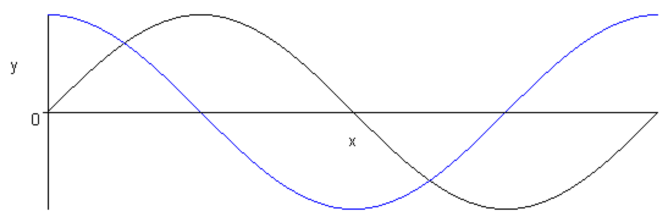
2. $\frac{1}{2}\log|x| - \frac{1}{4}\log(x^2+2x+2) - \frac{1}{2}\operatorname{arctg}(x+1) + c$

Partendo dalla scomposizione di Hermite, si ottiene:

$$\frac{1/2}{x} + \frac{-x/2-1}{x^2+2x+2} = \frac{1/2}{x} - \frac{1}{4}\frac{2x+2+2}{x^2+2x+2} = \frac{1/2}{x} - \frac{1}{4}\frac{2x+2}{x^2+2x+2} - \frac{1}{2}\frac{1}{(x+1)^2+1}.$$

3. $(\pi/4, 5\pi/4)$

Deve essere senx > cosx .



4. $\forall \varepsilon > 0,\ \exists\, \bar{n} : \forall n > \bar{n},\ L - \varepsilon < x_n < L + \varepsilon$

5. $(x^2+1)^{3x}\left(3\log(x^2+1) + \frac{6x^2}{x^2+1}\right)$

Occorre scrivere la funzione nella forma esponenziale $e^{3x\log(x^2+1)}$ e poi derivare.

6. $-x^2/2$

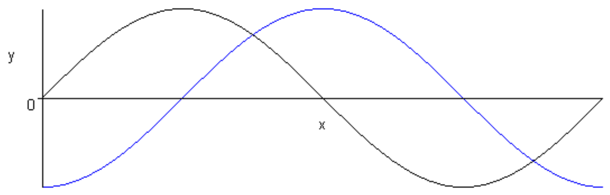
sen $(x - x^2/2 + o(x^2)) - x = x - x^2/2 + o(x^2) - x$.

Soluzioni – test B

1. $\forall M>0,\ \exists\ \bar{n}\ :\ \forall n>\bar{n},\ x_n\ <\ -M$

2. $[\,0\,,3\pi/4\,]\cup[\,7\pi/4\,,2\,\pi\,]$

Deve essere sen ≥ - cosx.



3. n = 6

Infatti $z=1e^{i\pi/6}$, $z^n=1e^{i n\pi/6}$, $-1=1e^{i\pi}$

4. $(x+1)^{3x^2}\left(\ 6\,x\log(x+1)\ +\dfrac{3x^2}{x+1}\right)$

Occorre scrivere la funzione nella forma esponenziale $e^{3x^2\log(x+1)}$ e poi derivare.

5. $x^2 - x$

$x\log(1+x+o(x^2))-x\ =\ x(x-x^2/2+o(x^2))-x\ =\ x^2-x+o(x^2)$

6. $\dfrac{1}{2}\log|x|-\dfrac{1}{4}\log(x^2-2x+2)+\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}(x-1)+c$

Partendo dalla scomposizione di Hermite, si ottiene:

$$\frac{1/2}{x}+\frac{-x/2+1}{x^2-2x+2}=\frac{1/2}{x}-\frac{1}{4}\frac{2x-2-2}{x^2-2x+2}=\frac{1/2}{x}-\frac{1}{4}\frac{2x-2}{x^2-2x+2}+\frac{1}{2}\frac{1}{(x-1)^2+1}.$$