Compito 18/6/2018

Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola..............................

1. Sia
$$f(x,y) = \frac{1}{cos(x)} + \frac{1}{cos(y)}.$$
Descrivere e disegnare il dominio di $f(x,y)$ e descrivere la periodicità di f.

   Determinare tutti i punti critici di $f(x,y)$.

   Classificare il punto critico $(0,0)$ sviluppando la $f(x,y)$ nell'origine con la formula di Taylor.

2. Determinare gli estremi vincolati della $f(x,y)$ dell'esercizio precedente, sul quadrato $Q = \{|x| + |y| = \pi/2$ (disegnare tale quadrato).

3. Dato il campo piano
$$\vec{F} = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y}}\,\vec{i} - \frac{1}{2\sqrt{x^2 - y}}\,\vec{j}$$
descrivere il dominio di $\vec{F}$ e dire se è stellato.

   Determinarne un potenziale per $\vec{F}$.

4. Data la funzione di una variabile $y = tg(x)$, $0 \leq x < \pi/2$, dire (giustificandolo) se il solido C ottenuto ruotando il grafico attorno all'asse x, cioè
$$C = \{(x,y,z) : \ 0 \leq x < \pi/2, \ \sqrt{y^2 + z^2} \leq tg(x)\}$$
ha volume finito.

5. Sia data la molecola con atomi uguali nei punti
$$A_1 \equiv (-1,2,2), \ A_2 \equiv (2,-1,2), \ A_3 \equiv (2,2,-1)$$
e un atomo B nell'origine.

   (a) Dopo aver osservato che gli atomi A_1, A_2, A_3 formano un triangolo equilatero e B sta nell'asse passante per il baricentro del triangolo e ortogonale al triangolo, determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di simmetria C_{3v} completando la tabella (I) allegata;

   (b) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I));

	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
θ	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$2cos(\theta) \pm 1$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
u_n	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\chi(R)$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

(I)

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando, per ogni elemento del gruppo, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n) * (2cos(\theta) \pm 1)$ secondo che l'elemento sia una rotazione propria o impropria di angolo θ.

Γ_i	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
A_1	1	1	1
A_2	1	1	-1
B	2	-1	0