

Compito 8/6/2016

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

1. (a) Al variare di $a > 0$ studiare la funzione

$$f_a(x, y) = \sqrt{2ax - x^2 - y^2}.$$

determinandone il dominio e studiandone i punti critici.

- (b) Determinare gli estremi vincolati della funzione $f_a(x, y)$ dell'esercizio precedente soggetta al vincolo $x^2 + y^2 - a^2 = 0$.

2. Sia \vec{F} il campo di vettori piano

$$\vec{F}(x, y) \equiv g(x, y)(x, y)$$

dove $g(x, y)$ è una funzione differenziabile su tutto \mathbb{R}^2 . Dire che condizioni deve soddisfare $g(x, y)$ affinché \vec{F} sia conservativo. Dimostrare che $\nabla g(x, y)$ deve essere proporzionale a $\vec{r} = (x, y)$ e dedurre che $g(x, y)$ deve dipendere solo da $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 \leq 1\}$

- (a) Disegnare l'insieme C .
(b) Determinare il volume di C .

4. Sia data una molecola A, A, A, B con 3 atomi A e 1 atomo B ai vertici di un quadrato.

- (a) Descrivere geometricamente le operazioni di simmetria del gruppo C_{2v} della molecola.
(b) Determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di C_{2v} completando la tabella (I) allegata;
(c) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)).

=====

Il gruppo C_{2v} ha 4 elementi $E, C_2, \sigma_v, \sigma'_v$ e ha 4 rappresentazioni irriducibili (A_1, A_2, B_1, B_2) con tavola dei caratteri

Γ_i	E	C_2	σ_v	σ'_v
A_1	1	1	1	1
A_2	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	-1
B_2	1	-1	-1	1

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando, per ogni elemento del gruppo, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n) * (2\cos(\theta) \pm 1)$ secondo che l'elemento sia una rotazione propria o impropria di angolo θ .

	E	C_2	σ_v	σ'_v
θ
$2\cos(\theta) \pm 1$
u_n
$\chi(R)$

(I)