

Compito 22/4/2016

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

1. (a) Al variare di $a \in \mathbb{R}$ studiare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2 + ay^2 + x^2y^2.$$

- (b) Per $a = 3$, determinare gli estremi vincolati della $f(x, y)$ dell'esercizio precedente soggetta al vincolo $x^2 + 3y^2 = 5$.

2. Sia \vec{F} il campo di vettori

$$\vec{F}(x, y, z) \equiv \left(\frac{y}{1+z^2}, \frac{x}{1+z^2}, -2 \frac{(1+xy)z}{(1+z^2)^2} \right)$$

Dire se \vec{F} è conservativo (giustificando la risposta) ed eventualmente calcolarne un potenziale.

3. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \geq z, 0 \leq z \leq h\}$.

- (a) Disegnare l'insieme C .
 (b) Determinare il volume di C in dipendenza di h .
 (c) Calcolare h in modo che $vol(C) = 10$

4. Sia data una molecola A, A, A, A, B con 4 atomi A ai vertici di un tetraedro regolare e un atomo B nel centro del tetraedro.

- (a) Determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di simmetria T_d completando la tabella (I) allegata;
 (b) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)).

=====

Il gruppo T_d ha 5 rappresentazioni irriducibili (A_1, A_2, B, F_1, F_2) con tavola dei caratteri

Γ_i	E	$8C_3$	$3C_2$	$6\sigma_d$	$6S_4$
A_1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	-1	-1
B	2	-1	2	0	0
F_1	3	0	-1	1	-1
F_2	3	0	-1	-1	1

(*)

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ , il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $u_n * (2\cos(\theta) + 1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ , si moltiplica $u_n * (2\cos(\theta) - 1)$.

T_d	E	$8C_3$	$3C_2$	$6\sigma_d$	$6S_4$
θ
$2\cos(\theta) \pm 1$
u_n
$\chi(R)$

(I)