Istituzioni di Matematiche II, 2/12/2016.

Coloro che fanno il compitino devono risolvere gli esercizi 1,2,3,4; chi fa il compito deve risolvere gli esercizi 2,3,4,5,6,7.

1. Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2, sviluppato nel punto $P \equiv (0,0)$, della funzione
$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2+y^2}}.$$

2. Trovare i punti critici della funzione
$$f(x,y) \;=\; xy\log(xy^2) + x^2y$$
e classificarli.

   [ricordarsi che $log(a^2) = 2log(|a|)$]

3. Determinare il minimo della funzione $f(x,y,z) = xy + 2yz + 2xz$ sul vincolo $xyz = V,\ V > 0$.

4. Sia $\vec{F}$ il campo di vettori dato in coordinate cartesiane ortogonali da:
$$\vec{F}(x,y,z) \equiv (\frac{(1+y)z}{1+xz}, log(1+xz), \frac{(1+y)x}{1+xz}).$$
   (a) Descrivere il dominio D del campo $\vec{F}$ e dire se si ritiene che D sia semplicemente connesso cercando di giustificarlo.

   (b) Dire se il campo è conservativo e in caso affermativo determinarne un potenziale.

5. Calcolare
$$\iint_C x^2y^2dxdy$$
dove $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \leq x^+y^2 \leq 4$.

6. Data una molecola $AAAB$ a forma di piramide retta con base un triangolo equilatero AAA e vertice B

   (a) Determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di simmetria C_{3v} completando la tabella (I) allegata;

   (b) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)).

Il gruppo $\mathcal{C}_{3v}$ ha 6 elementi $E,\ 2C_3,\ 3\sigma_v$, e ha 3 rappresentazioni irriducibili $(A_1,\ A_2,\ E)$ con tavola dei caratteri

Γ_i	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
A_1	1	1	1
A_2	1	1	-1
E	2	-1	0

$(*)$

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale ridotta si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n) * (2cos(\theta) + 1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ, si considera il numero u_n di atomi fissi e si moltiplica $u_n * (2cos(\theta) - 1)$.

	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
θ	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$2cos(\theta) \pm 1$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
u_n	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\chi(R)$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

(I)