

Compito Istituzioni di Matematiche II, 8/6/2014

Nome e cognome (stampatello) .....

matricola.....

Regolamento. *Scrivere solo la risposta dove richiesto. Il valore di ogni risposta esatta è indicato.*

- 1) [pti 3] Scrivere un'equazione cartesiana del piano  $\Pi$  contenente l'asse  $x$  e la bisettrice dell'angolo formato dagli assi  $y$  e  $z$ .

$\Pi$  : .....

- 4) [pti 7] Scrivere le coordinate di tutti i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (2x + y^2) \exp(-x - 3y)$$

.....

Scrivere il segno dell'Hessiana nei punti critici:

.....

Dire che tipo di punti critici si sono trovati:

.....

- 5) [pti 4] Dato il vincolo  $g(x, y) = \{x + 3y = 0\}$  dire se la  $f(x, y)$  del punto precedente ha estremi vincolati e determinarli:

ha	non ha
----	--------

 max vincolati; se si', sono i punti di coordinate: .....

ha	non ha
----	--------

 min vincolati; se si', sono i punti di coordinate: .....

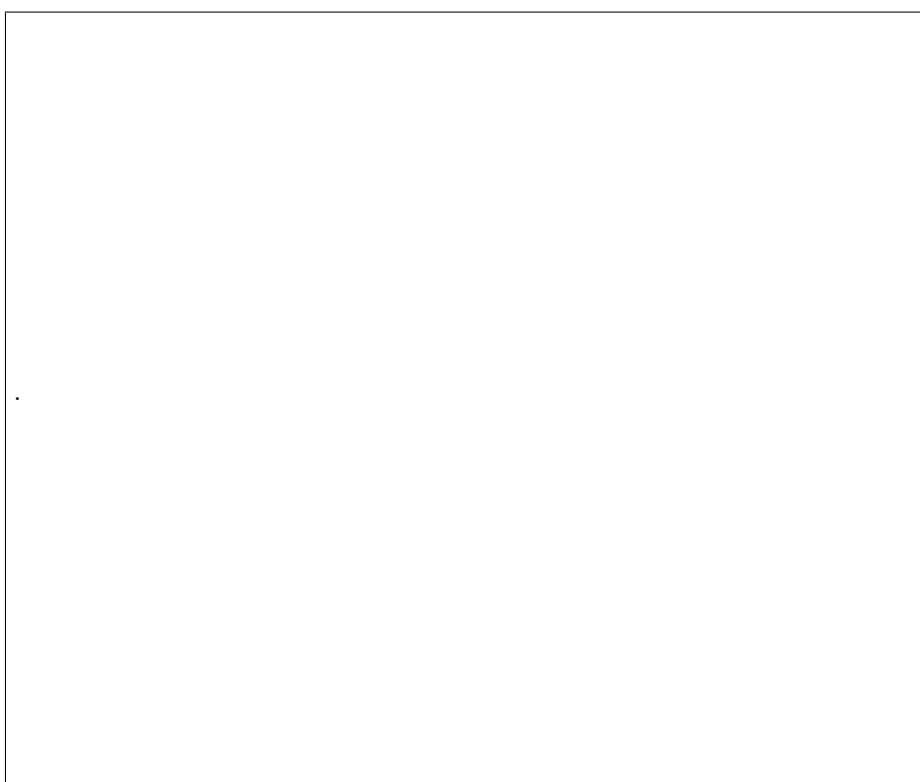
- 6) [pti 4] Dato un campo di vettori conservativo  $\vec{F}(x_1, x_2, x_3) = F_1(x_1, x_2, x_3)\vec{i} + F_2(x_1, x_2, x_3)\vec{j} + F_3(x_1, x_2, x_3)\vec{k}$ , dimostrare nel riquadro sotto che il campo

$$\vec{G}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_n} F_1(x_1, x_2, x_3)\vec{i} + \frac{\partial}{\partial x_n} F_2(x_1, x_2, x_3)\vec{j} + \frac{\partial}{\partial x_n} F_3(x_1, x_2, x_3)\vec{k}$$

è sempre conservativo per ogni  $n = 1, 2, 3$ .

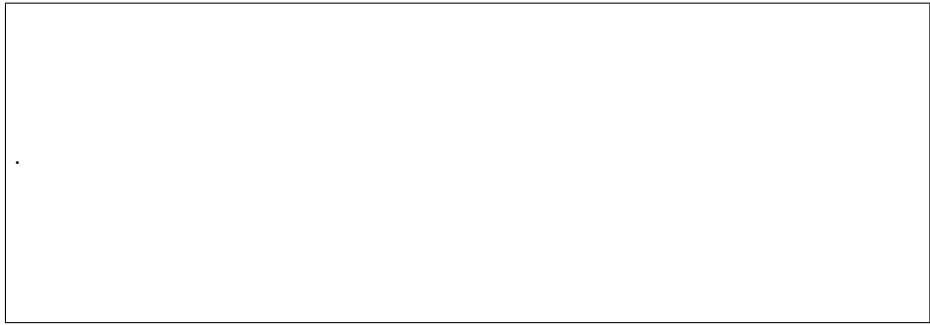


**7)** [pti 7] Data l'ellisse  $E = \{\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1\}$  dimostrare nel riquadro che ogni retta passante per l'origine divide  $E$  in due parti aventi la stessa area. Calcolare inoltre tale area (nel riquadro: riportare i conti essenziali).



**8)** [pti 8] Sia data una molecola AAAA con i quattro A disposti ai vertici di un tetraedro regolare. Sia  $\Gamma$  la rappresentazione di ordine 4 ottenuta mettendo 4 versori nei centri degli A che puntano verso il centro della molecola.

1. Determinare il carattere di  $\Gamma$  completando la tabella I allegata.
2. Decomporre la rappresentazione  $\Gamma$  nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)).



Il gruppo  $\mathcal{T}_d$  ha 24 elementi  $E$ ,  $8C_3$ ,  $3C_2$ ,  $6\sigma_d$ ,  $6S_4$  e ha 5 rappresentazioni irriducibili ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ ) con tavola dei caratteri

$\Gamma_i$	$E$	$8C_3$	$3C_2$	$6\sigma_d$	$6S_4$
$A_1$	1	1	1	1	1
$A_2$	1	1	1	-1	-1
$B$	2	-1	2	0	0
$F_2$	3	0	-1	1	-1
$F_2$	3	0	-1	-1	1

	$E$	$8C_3$	$3C_2$	$6\sigma_d$	$6S_4$
$\chi(R)$	...	...	...	...	...

(I)