Compito 12/1/2016

Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola..............................

PRIMA PARTE

1. (a) Studiare la funzione

$$f(x,y,z) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + xyz$$

determinandone il dominio e classificandone i punti critici.

(b) Determinare gli estremi vincolati della $f(x,y,z)$ dell'esercizio precedente soggetta al vincolo $xyz = 1$.

2. Sia

$$\vec{F}(x,y,z) \equiv (xy - sinz, \frac{x^2}{2} - \frac{e^y}{z}, \frac{e^y}{z^2} - x\,cos(z))$$

il campo di vettori definito sull'insieme $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; z > 0\}$. Dire se $\vec{F}$ è conservativo in Ω (giustificando la risposta) ed eventualmente calcolarne un potenziale.

Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola.............................

SECONDA PARTE

1. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 \leq 1, \ 0 \leq z \leq 3\sqrt{x^2 + y^2}\}$. Calcolare
   (a) Disegnare l'insieme C.
   (b) Determinare il volume di C.
   (c) Calcolare
   $$\iiint_C \frac{z}{(1 + x^2 + y^2)\sqrt{x^2 + y^2}} \, dxdydz$$
2. Data una molecola con atomi CAABB nei punti
   $$C \equiv (0, 0, 1), \ A \equiv (1, 1, 0), \ A \equiv (-1, -1, 0), \ B \equiv (1, -1, 0), \ B \equiv (-1, 1, 0)$$
   (a) descrivere geometricamente le operazioni di simmetria della molecola e dimostrare che ha gruppo di simmetria isomorfo a C_{2v};
   (b) determinare il carattere della rappresentazione totale Γ completando la tabella (I) allegata;
   (c) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I));
   (d) (facoltativo) Giustificare la seguente affermazione: un gruppo che abbia due piani di simmetria ortogonali tra loro contiene un sottogruppo isomorfo a C_{2v}.

Il gruppo $\mathcal{C}_{2v}$ ha 4 elementi $E, \ C_2, \ \sigma_v, \ \sigma_v'$ e ha 4 rappresentazioni irriducibili $(A_1, \ A_2, \ B_1, \ B_2)$ con tavola dei caratteri

Γ_i	E	C_2	σ_v	σ_v'	IR	Ra
A_1	1	1	1	1	z	x^2, y^2, z^2
A_2	1	1	-1	-1		xy
B_1	1	-1	1	-1	x	xz
B_2	1	-1	-1	1	y	yz

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale ridotta si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n - 2) * (2cos(\theta) + 1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ, si considera il numero u_n' di atomi fissi e si moltiplica $u_n' * (2cos(\theta) - 1)$.

	E	C_2	σ_v	σ_v'
θ	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
$2cos(\theta) \pm 1$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
u_n	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
$\chi(R)$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$

(I)