

Compito 13/6/2017

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

1. (a) Dato $a > 0$, studiare la funzione

$$f(x, y) = \log(2ax - x^2 - y^2).$$

determinandone il dominio e studiandone i punti critici.

- (b) Determinare gli estremi vincolati della funzione $f(x, y)$ dell'esercizio precedente soggetta al vincolo $x^2 + y^2 - a^2 = 0$ (dentro il dominio di f).

2. Dire per quali $a \in \mathbb{R}$ il campo

$$\vec{F}(x, y) \equiv (x^2 - a^2y, (a - 1)x + y^2).$$

è conservativo. Per un tale a , determinare un potenziale.

3. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z, z \leq 1\}$

- (a) Disegnare l'insieme C .
(b) Determinare il volume di C .

4. Sia data una molecola A, A, B, C con 2 atomi A , un atomo B e uno C ai vertici di un quadrato (gli A sono a due vertici opposti).

- (a) Descrivere geometricamente le operazioni di simmetria del gruppo C_{2v} della molecola.
(b) Determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di C_{2v} completando la tabella (I) allegata;
(c) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)).

=====

Il gruppo C_{2v} ha 4 elementi $E, C_2, \sigma_v, \sigma'_v$ e ha 4 rappresentazioni irriducibili (A_1, A_2, B_1, B_2) con tavola dei caratteri

Γ_i	E	C_2	σ_v	σ'_v
A_1	1	1	1	1
A_2	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	-1
B_2	1	-1	-1	1

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando, per ogni elemento del gruppo, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n) * (2\cos(\theta) \pm 1)$ secondo che l'elemento sia una rotazione propria o impropria di angolo θ .

θ	E	C_2	σ_v	σ'_v
$2\cos(\theta) \pm 1$	\dots	\dots	\dots	\dots
u_n	\dots	\dots	\dots	\dots
$\chi(R)$	\dots	\dots	\dots	\dots

(I)