

Compito Istituzioni di Matematiche II, 13/7/2015

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

Regolamento. *Scrivere solo la risposta dove richiesto. Il valore di ogni risposta esatta è indicato.*

- 1) [pti 3] Scrivere un'equazione cartesiana del piano Π ortogonale al vettore $\vec{v} \equiv (1, 2, 3)$ e passante per il punto $P \equiv (3, 2, 1)$.

Π :

- 2) [pti 7] Scrivere le coordinate di tutti i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^4 + y^2 - x^2$$

.....

Scrivere il segno dell'Hessiana nei punti critici:

.....

Dire che tipo di punti critici si sono trovati:

.....

- 3) [pti 4] Dato il vincolo $g(x, y) = \{y = 0\}$ dire se la $f(x, y)$ del punto precedente ha estremi vincolati e determinarli:

ha	non ha
----	--------

 max (assoluti) vincolati; se si', sono i punti di coordinate:

.....

ha	non ha
----	--------

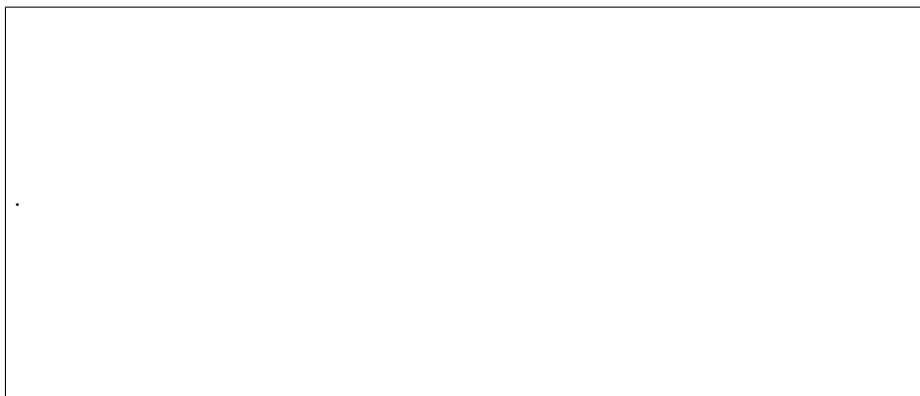
 min (assoluti) vincolati; se si', sono i punti di coordinate:

.....

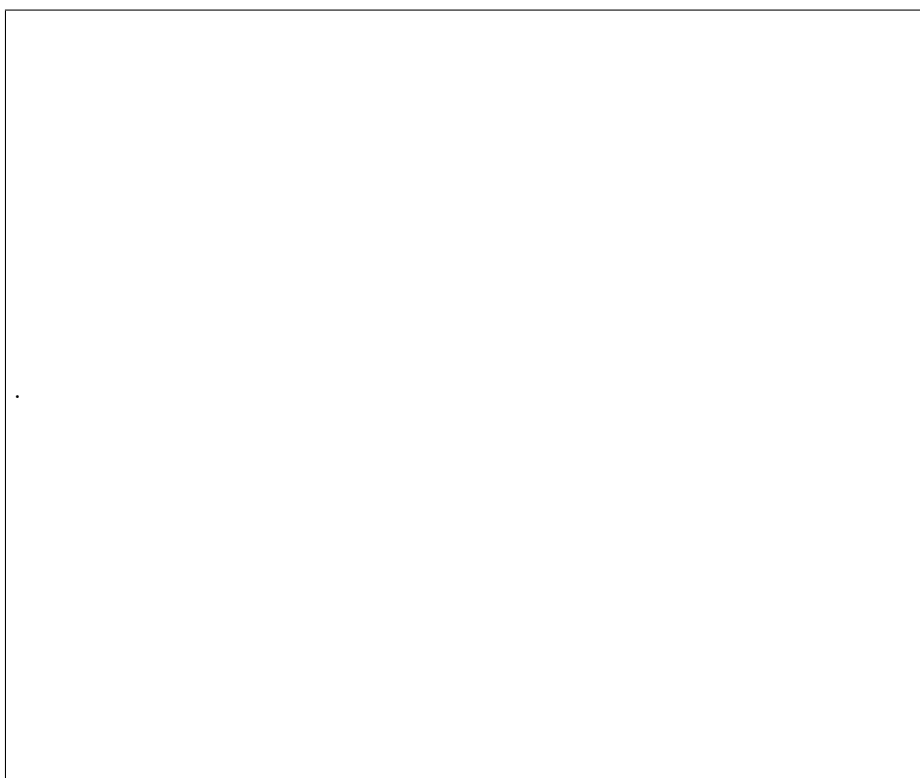
- 4) [pti 4] Sia $\vec{F}_P(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{(r_P)^3} \vec{r}_P$ un campo radiale di centro il punto $P \equiv (x_P, y_P, z_P)$, con $\vec{r}_P \equiv (x - x_P, y - y_P, z - z_P)$. Dimostrare nel riquadro sotto che, dati due punti P e Q , il campo

$$\vec{G}(x_1, x_2, x_3) = \vec{F}_P + \vec{F}_Q$$

è conservativo, trovandone un potenziale.



5) [pti 8] Dato il paraboloide di rotazione $P = \{x^2 + y^2 = 5\}$ e il piano di equazione cartesiana $z = h$, $h \in \mathbb{R}$, calcolare nel riquadro il volume della regione di spazio compresa tra il paraboloide e il piano (come funzione di h). Determinare h in modo che tale volume abbia valore 1.



6) [pti 7] Sia data una molecola AAA con i tre A disposti ai vertici di un triangolo equilatero. Sia Γ la rappresentazione di ordine 4 del gruppo C_{3v} ottenuta mettendo 3 versori nei centri degli A che puntano verso il centro della molecola.

1. Determinare il carattere di Γ completando la tabella I allegata.
2. Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)).

Il gruppo C_{3v} ha 6 elementi E , $2C_3$, $3\sigma_v$ e ha 3 rappresentazioni irriducibili (A_1 , A_2 , B) con tavola dei caratteri

Γ_i	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
A_1	1	1	1
A_2	1	1	-1
B	2	-1	0

	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
$\chi(R)$	\dots	\dots	\dots

(I)