

Compito 7/2/2017

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

PRIMA PARTE

1. (a) Studiare la funzione

$$f(x, y) = x * \log(x + y)$$

descrivendone il dominio e classificandone i punti critici.

- (b) Trovare (se esiste) il massimo valore del volume di un parallelepipedo rettangolo, di cui sia assegnata la superficie laterale S .

2. Dato il campo piano

$$\vec{F}(x, y) \equiv (\sqrt{y} - 2xy, \frac{x}{2\sqrt{y}} - x^2)$$

- (a) Dire se il dominio del campo è: connesso, convesso, semplicemente connesso.
- (b) Dire se il campo è conservativo ed eventualmente trovarne un potenziale.

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

SECONDA PARTE

1. Sia E il settore circolare del cerchio di raggio 1, delimitato dalle semirette d'equazione $y = \pm\sqrt{3}x$, e con $x \geq 0$. Se $\delta(x, y) = e^{2y}$ è la densità di massa (superficiale) di E , calcolare

- (a) la massa di E
- (b) l'ascissa del centro di massa di E .

2. Data la molecola con atomi nei punti

$$A_+ \equiv (a, 0, 0), \quad A_- \equiv (-a, 0, 0), \quad B_+ \equiv (0, b, 0),$$

$$B_- \equiv (0, -b, 0), \quad C_+ \equiv (0, 0, c), \quad C_- \equiv (0, 0, -c)$$

con $a, b, c > 0$.

- (a) Dire qual è il gruppo di simmetria elencandone gli elementi geometricamente nel caso i valori a, b, c siano
 - i. tra loro distinti;
 - ii. [facoltativo] due di loro siano uguali e un terzo sia distinto dagli altri.
- (b) Determinare, nel caso con valori tutti distinti, il carattere della rappresentazione totale Γ completando la tabella (I) allegata;
- (c) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I));

Il gruppo \mathcal{D}_{2h} ha 8 elementi $E, C_2^z, C_2^y, C_2^x, i, i C_2^z, i C_2^y, i C_2^x$ e ha 8 rappresentazioni irriducibili con tavola dei caratteri

Γ_i	E	C_2^z	C_2^y	C_2^x	i	$i C_2^z$	$i C_2^y$	$i C_2^x$
A_{1g}	1	1	1	1	1	1	1	1
A_{1u}	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
B_{1g}	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
B_{1u}	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
B_{2g}	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
B_{2u}	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
B_{3g}	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
B_{3u}	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ , il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $u_n * (2\cos(\theta) + 1)$;

se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ , si considera il numero u_n di atomi fissi e si moltiplica $u_n * (2\cos(\theta) - 1)$.

	E	C_2^z	C_2^y	C_2^x	i	$i C_2^z$	$i C_2^y$	$i C_2^x$
θ
$2\cos(\theta) \pm 1$
u_n
$\chi(R)$

(I)