

Compito 9/7/2018

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

1. Sia

$$f_a(x, y) = \frac{(x-a)^3}{3} - a^2x + xy^2.$$

Al variare di $a \in \mathbb{R}$ determinare i punti critici di f_a . Studiare i punti critici (dicendo se sono minimi locali, massimi locali o selle).

2. Determinare gli estremi vincolati della $f_a(x, y)$, $a > 0$, dell'esercizio precedente, sul vincolo $\{x^2 + y^2 - ax = 0\}$.

3. Utilizzando la conservatività del campo piano $\vec{G} = \nabla \frac{1}{r}$, dove $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, calcolare il lavoro del campo

$$\vec{F} = \vec{G} + y\vec{i}$$

sulla curva

$$\cos(t)\vec{i} + \sin(t)\vec{j}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

4. Dire per quali $\alpha > 0$ il solido C_α

$$C_\alpha = \{(x, y, z) : 1 \leq x < \infty, \sqrt{y^2 + z^2} \leq \frac{1}{x^\alpha}\}$$

ottenuto ruotando attorno all'asse x il grafico della funzione di una variabile $y = \frac{1}{x^\alpha}$, $1 \leq x < \infty$, ha volume finito e in tal caso calcolarlo.

5. (a) Disporre 4 atomi uguali ad A e 4 uguali a B nei vertici $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ di un cubo in modo che la molecola risultante abbia gruppo di simmetria C_{3v} .
 (b) Determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di simmetria C_{3v} della molecola completando la tabella (I) allegata;
 (c) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I));

	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
θ
$2\cos(\theta) \pm 1$
u_n
$\chi(R)$

(I)

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando, per ogni elemento del gruppo, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n) * (2\cos(\theta) \pm 1)$ secondo che l'elemento sia una rotazione propria o impropria di angolo θ .

Γ_i	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
A_1	1	1	1
A_2	1	1	-1
B	2	-1	0