Appello straordinario Istituzioni di Matematiche II, del 12/5/2017

Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola..............................

Risolvere il maggior numero dei seguenti esercizi

1) SIa $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$. Sviluppare f nel punto $P \equiv (1,1)$ fino all'ordine 2.

2) Dimostrare che la funzione $log(r)$, con $r = \sqrt{x^2+y^2}$, soddisfa l'equazione di Laplace

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\, g \; + \; \frac{\partial^2}{\partial y^2}\, g \; = \; 0$$

3) Sia $f(x,y) := e^{xy+2x+3y}$. Determinare i punti critici di f e classificarli.

4) Usando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare la distanza del punto $P \equiv (5,1)$ dalla parabola $y = 3x^2$.

5) Dato il campo piano $\vec{F} = \frac{1}{r}\,\vec{r}$, dove $\vec{r} = (x,y)$, e $r = \sqrt{x^2+y^2}$, dimostrare che $\vec{F}$ è conservativo e trovarne un potenziale.

6) Calcolare il volume dello spicchio sferico

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2+y^2+z^2 \leq r^2, \; \frac{r}{3} \leq x \leq \frac{r}{2}\}.$$

7) Data una molecola AAA con vertici in $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,1,0)$, a gruppo di simmetria C_{2v} descrivere le operazioni di simmetria e determinare il carattere della rappresentazione totale Γ completando la tabella seguente

	E	C_2	$3\sigma_v$	σ'_v
θ	...	...	...	...
$2cos(\theta) \pm 1$	...	...	...	...
u_n	...	...	...	...
$\chi(R)$	...	...	...	...

(I)

Decomporre la rappresentazione Γ in irriducibili utilizzando la tavola dei caratteri allegata.

Γ_i	E	C_2	σ_v	σ'_v
A_1	1	1	1	1
A_2	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	-1
B_2	1	-1	-1	1