Compito 14/9/2016

Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola..............................

1. (a) Data la funzione

$$f_a(x, y) = \; e^{x^2+ay^2+2axy-2x+1}, \quad a \in \mathbb{R}$$

   determinare e classificare al variare di $a \in \mathbb{R}$ i punti critici di f_a.

   (b) Per $a = 1/2$, determinare gli estremi vincolati di $f_{1/2}$ sul vincolo $\{2x^2 + y^2 + 2xy = 2\}$.

   [sugg.: osservare che $f_{1/2}$ è vincolata in modo che la parte di grado 2 dell'esponente risulti costante...]

2. Sia $\vec{v}$ un vettore unitario non nullo e sia $\vec{F}$ il campo di vettori

$$\vec{F}(\vec{r}) = \; \frac{1}{r}\vec{r} - \; < \vec{r}, \vec{v} > \vec{v}$$

   dove $\vec{r} \equiv (x, y, z)$ è il vettore posizione e $r = \|r\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ è la sua lunghezza; inoltre con $< \cdot, \cdot >$ si indica il prodotto scalare canonico.

   Dire qual è il campo di definizione D di $\vec{F}$ e dire se D è semplicemente connesso.

   Dire se $\vec{F}$ è conservativo e in caso positivo trovarne un potenziale.

3. Sia T il tetraedro determinato dal piano di equazione $\Pi = \{x+y+z = 1\}$ e dai tre piani coordinati, nella zona dove $x, y, z \geq 0$. Calcolare

$$\int\int\int_T (x + y + z) \; dxdydz$$

4. Sia data una molecola A, A, A a forma di triangolo equilatero .

   (a) Descrivere geometricamente le operazioni di simmetria del gruppo D_{3h} della molecola (sono operazioni geometriche nello spazio che contiene la molecola);

   (b) Determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di simmetria D_{3h} completando la tabella (I) allegata;

   (c) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)).

Il gruppo $\mathcal{D}_{3h}$ ha 12 elementi $E, \sigma_h,\ 2C_3,\ 2S_3, 3C_2', 3\sigma_v$, e ha 6 rappresentazioni irriducibili con tavola dei caratteri

Γ_i	E	σ_h	$2C_3$	$2S_3$	$3C_2'$	$3\sigma_v$
A_1'	1	1	1	1	1	1
A_2'	1	1	1	1	-1	-1
$A"_1$	1	-1	1	-1	1	-1
$A"_2$	1	-1	1	-1	-1	1
E'	2	2	-1	-1	0	0
$E"$	2	-2	-1	1	0	0

$(*)$

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando, per ogni elemento del gruppo, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n) * (2cos(\theta) \pm 1)$ secondo che l'elemento sia una rotazione propria o impropria di angolo θ.

	E	σ_h	$2C_3$	$2S_3$	$3C_2'$	$3\sigma_v$
θ	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$2cos(\theta) \pm 1$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
u_n	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\chi(R)$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

(I)