Compito 17/1/2017

Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola..............................

PRIMA PARTE

1. (a) Data la funzione

$$f(x,y) = \ (2x+y)e^{-x^2-y^2}$$

   i. calcolare: $lim_{(x,y)\to\infty}\ f(x,y)$
   ii. determinare i punti critici di $f(x,y)$ e classificarli.

   (b) Determinare gli estremi vincolati della $f(x,y)$ dell'esercizio precedente soggetta al vincolo $x^2+y^2=2$.

2. (a) Dire se il campo

$$\vec{F}(x,y,z) \equiv (\frac{z}{1+x}, \frac{x}{1+y}, -x)$$

   è conservativo.

   (b) Calcolare il lavoro di $\vec{F}$ lungo il segmento di estremi $(0,0,0)$ e $(1,1,1)$.

Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola.............................

SECONDA PARTE

1. Sia T il tetraedro in $\mathbb{R}^3$ di vertici $(0,0,0),\ (0,1,1),\ (1,0,1),\ (0,0,1)$. Se $\delta(x,y,z) = e^z$ è la densità di massa di T, calcolare
   (a) la massa di T
   (b) la coordinata z del centro di massa di T.

2. Data la molecola con atomi nei punti

$$A_0 \equiv (0,0,0),\ A_1 \equiv (0,1,1),\ A_2 \equiv (1,0,1),\ A_3 \equiv (1,1,0)$$

   (a) osservare che tutti i lati A_iA_j hanno la stessa lunghezza e quindi la molecola ha forma di tetraedro regolare. Descrivere geometricamente le operazioni di simmetria della molecola, che ha gruppo di simmetria isomorfo a T_d;
   (b) determinare il carattere della rappresentazione totale Γ completando la tabella (I) allegata;
   (c) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I));
   (d) Il gruppo T_d ha ordine 24; descrivere (elencandone gli elementi) un sottogruppo di ordine 6 isomorfo a C_{3v}.
   [facoltativo] Sapreste descrivere un sottogruppo di T_d di ordine 8?

Il gruppo $\mathcal{T}_d$ ha 24 elementi $E,\ 8C_3,\ 3C_2,\ 6\sigma_d,\ 6S_4$ e ha 5 rappresentazioni irriducibili $(A_1,\ A_2,\ B,\ F_1,\ F_2)$ con tavola dei caratteri

Γ_i	E	$8C_3$	$3C_2$	$6\sigma_d$	$6S_4$
A_1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	-1	-1
B	2	-1	2	0	0
F_2	3	0	-1	1	-1
F_2	3	0	-1	-1	1

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale si determina considerando,

per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $u_n * (2cos(\theta)+1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ, si considera il numero u_n di atomi fissi e si moltiplica $u_n * (2cos(\theta) - 1)$.

	E	$8C_3$	$3C_2$	$6\sigma_d$	$6S_4$
θ	...	...	...	...	...
$2cos(\theta) \pm 1$	...	...	...	...	...
u_n	...	...	...	...	...
$\chi(R)$	...	...	...	...	...

(I)