

Compito Istituzioni di Matematiche II, 3/7/2014

1) Data la funzione

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 3x - y$$

1. determinare e classificare i punti critici di f ;
2. determinare gli estremi vincolati di f sul vincolo $\{x^2 + y^2 - 1 = 0\}$.

2) Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che il campo di vettori piano

$$\vec{F}_a(x, y) = ((a^2 + 1)x - ay)\vec{i} + (4y - 3ax)\vec{j}$$

abbia lavoro minimo lungo il segmento di retta che congiunge l'origine col punto $(1, 3)$. Dire (giustificandolo) se in questo caso il campo è conservativo.

3) Calcolare

$$\iiint_C \frac{1}{1 + x^2 + y^2} dV$$

dove $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq 1\}$.

4) Sia data una molecola AAAAB con i quattro atomi disposti ai vertici di un tetraedro regolare (tre di essi sono uguali, il quarto è diverso).

1. Determinare il carattere della rappresentazione totale (ridotta) Γ completando la tabella (I) allegata;
2. Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I)) e specificare le frequenze che appaiono in Ir e Ra .

Il gruppo C_{3v} ha 6 elementi E , $2C_3$, $3\sigma_v$ (il coefficiente davanti indica quanti elementi del dato tipo ci sono) e ha 3 rappresentazioni irriducibili (A_1 , A_2 , B) con tavola dei caratteri

Γ_i	E	$2C_3$	$3\sigma_v$	Ir	Ra
A_1	1	1	1	z	$x^2 + y^2, z^2$
A_2	1	1	-1		
E	2	-1	0	(x, z)	$(x^2 - y^2, xy), (xz, yz)$

(*)

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale (ridotta) si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ , il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $(u_n - 2) * (2\cos(\theta) + 1)$; se l'elemento è una rotazione impropria di angolo θ , si moltiplica $u_n * (2\cos(\theta) - 1)$.

θ	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
$2\cos(\theta) \pm 1$
$u_n - 2, u'_n$
$\chi(R)$

(I)

Numero frequenze normali IR : ...

Numero frequenze normali Ra : ...