Compito 12/9/2018

Nome e cognome (stampatello) ....;

matricola..............................

PRIMA PARTE

[punteggio: 15 punti] - barrare la risposta o riempire dove richiesto. Per accedere alla correzione della seconda parte occorre totalizzare almeno 10 punti.

1. (3 punti) Scrivere qui di seguito una equazione parametrica della retta ortogonale al piano $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x + 2y + 3z = 0\}$ che passa per il punto $P \equiv (0, -1, 1)$.

2. (3 punti) Data la funzione $f(x, y)$ derivabile ovunque, sia $g(u, v) = f(\frac{1-u^2}{1+v^2}, \frac{1-v^2}{1+u^2})$. Scrivere

   $\frac{\partial g}{\partial u} =$

   $\frac{\partial g}{\partial v} =$

3. (3 punti) Sia $f(x, y) = log(1 + sen(x + y))$. Scrivere lo sviluppo diTaylor nell'origine di f fino al terzo ordine:

4. (3 punti) Sia $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$. Il dominio D è
   - connesso $\boxed{\text{si}}$ $\boxed{\text{no}}$;
   - convesso $\boxed{\text{si}}$ $\boxed{\text{no}}$;
   - stellato $\boxed{\text{si}}$ $\boxed{\text{no}}$;
   - semplicemente connesso $\boxed{\text{si}}$ $\boxed{\text{no}}$.

5. (3 punti) Dovendo calcolare il volume del dominio D del punto precedente, impostare qui sotto l'integrale triplo iterato in coordinate sferiche che lo calcola:

1. Sia
$$f_a(x,y) = (x-1)e^{ax^2-y^2}, \quad a \in \mathbb{R}.$$
Al variare di $a \in \mathbb{R}$, determinare i punti critici di f_a. Studiare i punti critici (dicendo se sono minimi locali, massimi locali o selle).

2. Sia $S_u := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2+y^2+z^2 \leq u^2\}$ e sia $C_v := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \leq v^2\}$, con $u, \ v > 0$ e inoltre $u \geq v$.

   Calcolare il volume di $S_u \cap C_v$.

   Dire in che proporzione devono essere u e v affinchè il volume di $S_u \cap C_v$ eguagli quello di $S_u \setminus C_v$.

3. Sia data una molecola con 4 atomi AABB disposti nei vertici di un tetraedro regolare.

   (a) Descrivere geometricamente le simmetrie della molecola, mostrando che il gruppo di simmetria è un C_{2v}.

   (b) Determinare il carattere della rappresentazione totale Γ del gruppo di simmetria della molecola completando la tabella (I) allegata;

   (c) Decomporre la rappresentazione Γ nelle componenti irriducibili, utilizzando la tavola di caratteri allegata (e la tabella (I));

....

Il gruppo $\mathcal{C}_{2v}$ ha 4 elementi $E, \ C_2, \ \sigma_v, \ \sigma'_v$ e ha 4 rappresentazioni irriducibili $(A_1, \ A_2, \ B_1, \ B_2)$ con tavola dei caratteri

Γ_i	E	C_2	σ_v	σ'_v
A_1	1	1	1	1
A_2	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	-1
B_2	1	-1	-1	1

Si ricorda che il carattere della rappresentazione totale (non ridotta) si determina considerando, per ogni elemento del gruppo che sia una rotazione propria di angolo θ, il numero u_n di atomi che rimangono al loro posto, e moltiplicando $u_n * (2cos(\theta)+1)$; se l'elemento e' una rotazione impropria di angolo θ, si considera il numero u_n di atomi fissi e si moltiplica $u_n * (2cos(\theta)-1)$.

	E	C_2	σ_v	σ'_v
θ	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$2cos(\theta) \pm 1$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
u_n	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\chi(R)$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

(I)