Compitino Istituzioni di Matematiche II, 2/12/2014.

Nome e cognome (stampatello) ....;
matricola..............................

PRIMA PARTE

(barrare una sola risposta o scrivere negli spazi assegnati. 3 punti per ogni risposta giusta, 0 punti per ogni risposta lasciata, -1 punti per ogni risposta sbagliata).

1) Scrivere un'equazione parametrica della retta r di $\mathbb{R}^3$ che passa per i due punti $P \equiv (-1, 2, -3)$, e $Q \equiv (1, 2, 1)$ e scrivere la lunghezza del segmento PQ.

$$r : \begin{cases} x = ... \\ y = ... \\ z = ... \end{cases} \quad ; \quad PQ = ...$$

2) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico della funzione $f(x, y) = log(2 - 3x^2 + 5y^2)$ nel punto $(x, y, f(x, y))$, con $x = \sqrt{2},\ y = -1$

....

3) La funzione $f(x, y) = arctg(\frac{x}{y})$ soddisfa l'equazione differenziale alle derivate parziali:

$\boxed{\text{A}}$ $(\frac{\partial f}{\partial x})^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2 + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0$ $\boxed{\text{B}}$ $(\frac{\partial f}{\partial x})^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2 - 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0$

$\boxed{\text{C}}$ $(\frac{\partial f}{\partial x})^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2 - \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0$ $\boxed{\text{D}}$ $(\frac{\partial f}{\partial x})^2 - (\frac{\partial f}{\partial y})^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 0$

$\boxed{\text{E}}$ nessuna delle precedenti

4) Scrivere il polinomio di Taylor, sviluppato nel punto $P \equiv (0, 0, 0)$, di ordine 2, della funzione $f(x, y, z) = sen(x + y) - cos(x - z)$.

....

SECONDA PARTE

(scrivere su un foglio)

1. Sia

$$f(x,y) \; = \; xy\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}, \quad a,\ b>0.$$

   (a) Determinare e disegnare (approssimativamente) il dominio D di $f(x,y)$.

   (b) Dire (giustificandolo) se f deve avere punti di massimo e minimo assoluti in D.

   (c) Trovare i punti critici di $f(x,y)$ (interni a D) e identificare tra essi quelli che siano di massimo assoluto e di minimo assoluto (eventualmente valutando f in tali punti).

   (d) Dire (giustificandolo) se tra i punti critici c'e' un punto di sella.

2. Sia $\mathcal{C}$ la curva di contorno del dominio D del punto 1. Determinare i punti $P \in \mathcal{C}$ tali che la somma delle distanze di P dagli assi cartesiani assuma valore estremo.

3. Sia $\vec{F}$ il campo di vettori dato in coordinate cartesiane ortogonali da:

$$\vec{F}(x,y,z) \equiv \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, 0\right).$$

   Discutere la conservatività di $\vec{F}$ nei domini

   (a) $D = \{(x,y,z)|\ x \neq 0 \ \text{ oppure } y \neq 0\}$

   (b) $D' = \{(x,y,z)|\ y > 0\}$

   determinando, quando possibile, un potenziale del campo.

   [facoltativo] Come deve essere una funzione $\varphi(x,y)$ affinché il campo

$$\vec{F}(x,y,z) \equiv (-y\varphi(x,y), x\varphi(x,y), 0)$$

   sia conservativo in un dominio semplicemente connesso in cui φ é definita?