

Nome e cognome (stampatello) .....

matricola.....

1. Sia

$$f_c(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 3cy^2 - 3x, \quad c \in \mathbb{R}.$$

Trovare e classificare i punti critici di  $f_c(x, y)$  quando  $c = \frac{1}{2}$  e quando  $c = 2$ .

*Facoltativo.* Studiare i punti critici quando  $c = 1$ .

2. Determinare i punti di minimo vincolato e di massimo vincolato della  $f_c(x, y)$  dell'esercizio 1, quando  $c = \frac{1}{2}$ , soggetta al vincolo  $x^2 + y^2 = 1$ .

3. Sia  $\vec{F}_a(x, y, z)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , il campo di vettori dato in coordinate cartesiane ortogonali da:

$$\vec{F}_a(x, y, z) = (axz, ayz, x^2 + y^2).$$

Determinare i valori di  $a \in \mathbb{R}$  per cui il campo è conservativo (giustificando la risposta) e per tali valori calcolare il potenziale del campo. Dare una descrizione qualitativa (grossolana) delle superfici equipotenziali.

4. Calcolare il lavoro del campo dell'esercizio precedente, nel caso  $a = -1$ , lungo la curva  $\mathcal{C}$  congiungente il punto  $P \equiv (0, 0, -1)$  col punto  $Q \equiv (0, 0, 1)$ , data dalla semicirconferenza

$$\mathcal{C} = \{x^2 + z^2 = 1, y = 0, x \geq 0\}.$$