

Nome e cognome (stampatello)

matricola.....

1. Sia

$$f_c(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 3cy^2 - 3x, \quad c \in \mathbb{R}.$$

Trovare e classificare i punti critici di $f_c(x, y)$ quando $c = \frac{1}{2}$ e quando $c = 2$.

Facoltativo. Studiare i punti critici quando $c = 1$.

2. Determinare i punti di minimo vincolato e di massimo vincolato della $f_c(x, y)$ dell'esercizio 1, quando $c = \frac{1}{2}$, soggetta al vincolo $x^2 + y^2 = 1$.

3. Sia $\vec{F}_a(x, y, z)$, $a \in \mathbb{R}$, il campo di vettori dato in coordinate cartesiane ortogonali da:

$$\vec{F}_a(x, y, z) = (axz, ayz, x^2 + y^2).$$

Determinare i valori di $a \in \mathbb{R}$ per cui il campo è conservativo (giustificando la risposta) e per tali valori calcolare il potenziale del campo. Dare una descrizione qualitativa (grossolana) delle superfici equipotenziali.

4. Calcolare il lavoro del campo dell'esercizio precedente, nel caso $a = -1$, lungo la curva \mathcal{C} congiungente il punto $P \equiv (0, 0, -1)$ col punto $Q \equiv (0, 0, 1)$, data dalla semicirconferenza

$$\mathcal{C} = \{x^2 + z^2 = 1, y = 0, x \geq 0\}.$$