ESERCIZI
23/10/2014

Siano $P_1 \equiv (1,2,1)$; $P_2 \equiv (0,1,2)$; $P_3 \equiv (2,0,1)$;
$P_4 \equiv (1,1,0)$

1) Dimostrare che i 4 punti dati non sono complanari (possibili metodi: (i) si trova il piano per 3 di loro e si verifica che il 4° non vi appartiene; (ii) si usa il prodotto misto di 3 vettori differenza $\overrightarrow{P_iP_j}$, con i fisso e j che varia sui rimanenti indici; ---)
Se i 4 pti dati non sono complanari, è possibile che 3 di essi siano allineati?

2) Determinare il volume del tetraedro determinato dai 4 pti

3) Determinare equazioni cartesiane dei piani determinati da 3 dei 4 punti dati (ci saranno 4 piani da determinare)

4) Determinare equazioni parametriche e cartesiane delle 6 rette contenenti 2 dei punti dati (le equazioni cartesiane si ottengono subito usando il punto precedente).

Calcolare l'angolo compreso tra le rette P_1P_2, P_1P_3; tra P_1P_2, P_1P_4; e tra P_1P_3, P_1P_4 (basta il coseno e un'approssimazione dell'angolo).

5) Dividiamo i 4 punti dati in 2 gruppi di 2 punti ciascuno: P_i, P_j; P_k, P_l (dove i, j, k, l sono i numeri 1, 2, 3, 4 presi in qualche ordine). Dimostrare che la retta contenente $P_i P_j$ è sghemba alla retta contenente P_k, P_l. Determinare la distanza tra tali rette.

6) Determinare l'area di tutte le facce triangolari $P_i P_j P_k$ del tetraedro ($i\,j\,k$ indici diversi; ci saranno 4 facce da considerare). Determinare inoltre gli angoli diedri tra le facce (sono 6 angoli, tanti quanti sono gli spigoli del tetraedro) [basterà determinare il coseno di tali angoli (eventualmente con angoli approssimati)]

7) Determinare le coordinate del baricentro G del tetraedro e le coordinate del baricentro di ogni faccia triangolare del tetraedro

8) Dimostrare che la retta che passa da un vertice del tetraedro (uno dei 4 punti assegnati) e per il baricentro della faccia opposta, contiene

il punto G.

9) Dividiamo i 4 punti dati in 2 gruppi di 2 punti ciascuno: P_i, P_j ; P_k, P_l (dove i, j, k, l sono i numeri 1, 2, 3, 4 presi in qualche ordine). Determinare la retta r che passa per il punto di mezzo di $P_i P_j$ e per il punto di mezzo di $P_k P_l$ e dimostrare che anche r contiene il baricentro G.

10.) Scrivere l'equazione del fascio di piani paralleli alla faccia $P_1 P_2 P_3$. In questo fascio, determinare il piano che contiene il baricentro. Determinare in che rapporto stanno i volumi delle due parti in cui tale piano divide il tetraedro.

11) Determinare il fascio di piani contenenti la retta per $P_1 P_2$. Tra questi, determinare quello che contiene il baricentro. Dimostrare

che questo piano biseca il segmento $P_3 P_4$.
Anche qui, determinare in che rapporto stanno i volumi delle due parti in cui tale piano divide il tetraedro.

12:) Calcolare l'angolo formato dal piano costruito nel punto precedente a partire dai punti P_1 P_2 e dal piano costruito in maniera analoga a partire dai due punti P_3 P_4