

Lezione 21
Ammortamenti a rata costante
e approfondimenti sui mutui immobiliari

Maurizio Pratelli

Ricordiamo la formula per la **rata di ammortamento** di un debito A in n rate costanti, con tasso d'interesse "**sul periodo**" i :

$$R = \frac{A i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Inoltre il "**debito residuo**" dopo k rate è dato da

$$D_k = R \frac{1 - (1 + i)^{-n+k}}{i}$$

Calcoliamo la "**quota di interessi**" I_k compresa nella rata k -sima :

$$I_k = i D_{k-1} = R \left(1 - (1 + i)^{-n+k-1} \right)$$

e si ottiene la "**quota di capitale**" C_k pagata nella rata k -sima

$$C_k = R - I_k = R(1 + i)^{-n+k-1}$$

Notiamo che per ogni k vale la formula

$$C_k = (1 + i) C_{k-1}$$

e di conseguenza

$$C_k = (1 + i)^{k-1} C_1 \quad \text{dove} \quad C_1 = R(1 + i)^{-n}$$

In poche parole le quote di capitale formano una **progressione geometrica** di ragione $(1 + i)$: per questo motivo questo metodo è anche chiamato **ammortamento progressivo**.

Inoltre *conoscendo una quota di capitale si possono ottenere tutte le altre*; infine conoscendo la rata R e una quota di capitale C_k si può ricostruire facilmente il *tasso d'interesse* i dall'equazione $C_k = R(1 + i)^{-n+k-1}$

I *mutui immobiliari* sono quasi esclusivamente ammortamenti col **metodo progressivo** e rata mensile: l'interesse dichiarato dalla Banca è in realtà il TAN cioè il tasso annuo nominale convertibile 12 volte e se i è questo interesse dichiarato, l'interesse da considerare nella formula per la rata è $i/12$.

Se non ci fossero ulteriori commissioni, il TAEG dovrebbe essere $(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1$ (naturalmente stiamo parlando di **mutui a tasso fisso**).

Nella pratica si aggiungono sempre altre commissioni e di queste si tiene conto nel calcolo del TAEG (che le Banche cercano di tenere nascosto ma che per legge sono tenute a precisare nel contratto ufficiale del mutuo).

Nella pagina seguente riporto i dati presi da diverse Banche per un mutuo ventennale a tasso fisso: nella prima colonna è riportato l'interesse annuo dichiarato, nella seconda il TAEG teorico e nella terza il TAEG effettivo.

Naturalmente questi dati sono presi da internet e vanno quindi considerati con le molle ...

3,30

3,35

3,54

3,36

3,41

3,48

3,60

3,65

3,76

3,66

3,72

3,99

3,77

3,83

4,03

A volte il tasso di interesse **può cambiare durante l'ammortamento**, ad esempio dopo k rate il tasso passa da i a j (stiamo parlando sempre del tasso annuo nominale): in tal caso dopo aver considerato per k rate il tasso i , si calcola il debito residuo D_k e la nuova rata viene calcolata utilizzando la formula con $(n - k)$ rate, tasso j e capitale da rimborsare D_k .

Altre volte il debitore può richiedere **dilazioni di pagamento** che possono venire accordate secondo certe regole ...

Esaminiamo adesso due Esercizi che considerano queste situazioni, e in seguito accenniamo al più complesso problema dei **mutui a tasso variabile**, in genere **mutui indicizzati**.

Esercizio 1. Un cliente stipula un mutuo immobiliare quinquennale al tasso del 3,5 % su una somma di 100.000 € ; dopo due anni la Banca (sfruttando una clausola che era stata inserita nel contratto) cambia il tasso d'interesse passando al 4 %. Infine al termine del quarto anno il cliente, avendo a disposizione maggiore liquidità, chiede di estinguere il mutuo.

- 1) Calcolare la rata mensile durante i primi due anni;
- 2) calcolare la rata mensile nel periodo successivo;
- 3) calcolare la somma da versare al termine del quarto anno per saldare il debito e chiudere il mutuo.

Esercizio 2. Un cliente, per effettuare una ristrutturazione edilizia, ottiene un prestito di 40000 € da saldare in tre anni con rate mensili al tasso d'interesse del 3,2 % annuo.

Al termine del secondo anno, trovandosi in difficoltà, chiede alla banca di sospendere il pagamento per tre mesi: la banca accorda il permesso però chiede che il debito venga comunque saldato al termine del terzo anno con il pagamento di 9 rate eguali.

Calcolare la rata dovuta per i primi due anni e per gli ulteriori 9 mesi.

Sempre più spesso i mutui vengono proposti a **tasso variabile**: ad esempio l'interesse sul periodo k potrebbe essere il **tasso EURIBOR** sul mese corrispondente più un divario chiamato **spread**.

Euro Inter Bank Offer Rate è il tasso medio al quale le banche o gli istituti finanziari si prestano denaro per la durata di un mese, e viene pubblicato giornalmente da Bruxelles: rappresenta cioè un **tasso di riferimento**.

Indipendentemente dal significato economico, quello che succede è che il tasso **può cambiare di mese in mese**: tuttavia il principio del funzionamento è simile a quanto esposto precedentemente e molto facile . . . c'è però una forte complicazione nei calcoli che viene facilmente superata da un software idoneo.

- si calcola la prima rata secondo la formula, come se l'interesse per il mese successivo fosse l'interesse per tutto il periodo
- si verifica se al termine del mese l'interesse è cambiato: se è rimasto eguale la seconda rata coincide con la prima
- se l'interesse è cambiato, si calcola la seconda rata tenendo conto del debito residuo D_1 , della durata diminuita $(n - 1)$ e del nuovo tasso d'interesse
- per ogni rata successiva si procede allo stesso modo

Si pone naturalmente un problema cruciale: **è più conveniente un mutuo a tasso fisso o variabile?**

Non si può dare una risposta sulla base di semplici conti perché non si conosce l'evoluzione futura (sono necessari dei modelli probabilistici che comunque danno una risposta “*in probabilità*”) ... e in ogni caso non esiste una risposta valida per tutti.