

Lezione 21

Ammortamenti a rata costante e approfondimenti sui mutui immobiliari

Maurizio Pratelli

Ammortamenti a rata costante

Ricordiamo la formula per la **rata di ammortamento** di un debito A in n rate costanti, con tasso d'interesse "**sul periodo**" i :

$$R = \frac{Ai}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$\rightarrow (n-k) = -n+k$$

Inoltre il "**debito residuo**" dopo k rate è dato da

$$D_k = R \frac{1 - (1 + i)^{-n+k}}{i}$$

Calcoliamo la "**quota di interessi**" I_k compresa nella rata k -sima :

$$I_k = i D_{k-1} = R \left(1 - (1 + i)^{-n+k-1} \right)$$

e si ottiene la "**quota di capitale**" C_k pagata nella rata k -sima

$$C_k = R - I_k = R(1 + i)^{-n+k-1}$$

Ammortamenti a rata costante

Notiamo che per ogni k vale la formula

$$C_k = (1 + i) C_{k-1}$$

e di conseguenza

$$C_k = (1 + i)^{k-1} C_1 \quad \text{dove} \quad C_1 = R(1 + i)^{-n}$$

In poche parole le quote di capitale formano una **progressione geometrica** di ragione $(1 + i)$: per questo motivo questo metodo è anche chiamato **ammortamento progressivo**.

Inoltre *conoscendo una quota di capitale si possono ottenere tutte le altre*; infine conoscendo la rata R e una quota di capitale C_k si può ricostruire facilmente il *tasso d'interesse* i dall'equazione $C_k = R(1 + i)^{-n+k-1}$

$$(1+i)^{-n+k-1} = \frac{C_k}{R}$$

I *mutui immobiliari* sono quasi esclusivamente ammortamenti col **metodo progressivo** e rata mensile: l'interesse dichiarato dalla Banca è in realtà il TAN cioè il tasso annuo nominale convertibile 12 volte e se i è questo interesse dichiarato, l'interesse da considerare nella formula per la rata è $i/12$.

Se non ci fossero ulteriori commissioni, il TAEG dovrebbe essere $(1 + \frac{i}{12})^{12} - 1$ (naturalmente stiamo parlando di **mutui a tasso fisso**).

Nella pratica si aggiungono sempre altre commissioni e di queste si tiene conto nel calcolo del TAEG (che le Banche cercano di tenere nascosto ma che per legge sono tenute a precisare nel contratto ufficiale del mutuo).

Nella pagina seguente riporto i dati presi da diverse Banche per un mutuo ventennale a tasso fisso: nella prima colonna è riportato l'interesse annuo dichiarato, nella seconda il TAEG teorico e nella terza il TAEG effettivo.

Naturalmente questi dati sono presi da internet e vanno quindi considerati con le molle ...

	TAN	TAEG Teorico	TAEG Suo
	3,30	3,35	3,54
	3,36	3,41	3,48
	3,60	3,65	3,76
	3,66	3,72	3,99
	3,77	3,83	4,03

Non comprende spese legali

A volte il tasso di interesse **può cambiare durante l'ammortamento**, ad esempio dopo k rate il tasso passa da i a j (stiamo parlando sempre del tasso annuo nominale): in tal caso dopo aver considerato per k rate il tasso i , si calcola il debito residuo D_k e la nuova rata viene calcolata utilizzando la formula con $(n - k)$ rate, tasso j e capitale da rimborsare D_k .

Altre volte il debitore può richiedere **dilazioni di pagamento** che possono venire accordate secondo certe regole ...

Esaminiamo adesso due Esercizi che considerano queste situazioni, e in seguito accenniamo al più complesso problema dei **mutui a tasso variabile**, in genere **mutui indicizzati**.

Esercizio 1. Un cliente stipula un mutuo immobiliare quinquennale al tasso del 3,5 % su una somma di 100.000 € ; dopo due anni la Banca (sfruttando una clausola che era stata inserita nel contratto) cambia il tasso d'interesse passando al 4 %. Infine al termine del quarto anno il cliente, avendo a disposizione maggiore liquidità, chiede di estinguere il mutuo.

- 1) Calcolare la rata mensile durante i primi due anni;
- 2) calcolare la rata mensile nel periodo successivo;
- 3) calcolare la somma da versare al termine del quarto anno per saldare il debito e chiudere il mutuo.

calcolare il tempo in mesi e
cambiare il tasso

$$0,037 : 12 = \quad \text{il "nel periodo"}$$

$$0,0029166$$

$$R = \frac{100.000 \times 0,0029166}{1 - 1,0029166^{-60}} =$$

$$= 1819,17$$

Esercizi

$$D_{24} = 1819,17 \frac{1 - (1+i)^{-36}}{i} = -(n-k)$$
$$= 1819,17 \frac{1 - 1,0029166}{0,0029166} =$$

$$= 62.083,38 \leftarrow \text{debito}$$
$$\boxed{36 \text{ rate}}$$

quasi interesse $0,04:12 = 0,00333$

nuovo rateo per gli utentari
3 anni

$$R_2 = \frac{63083,38 \times 0,003333}{1 - 1,00333^{-36}} =$$

$$= 1832,83$$

- debito residuo
al termine del

1° anno

$$1832,83 \frac{1 - 1,00333^{-12}}{0,00333} \quad \Bigg| \quad D_n = R \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Esercizio 2. Un cliente, per effettuare una ristrutturazione edilizia, ottiene un prestito di 40000 € da saldare in tre anni con rate mensili al tasso d'interesse del 3,2 % annuo.

Al termine del secondo anno, trovandosi in difficoltà, chiede alla banca di sospendere il pagamento per tre mesi: la banca accorda il permesso però chiede che il debito venga comunque saldato al termine del terzo anno con il pagamento di 9 rate eguali.

Calcolare la rata dovuta per i primi due anni e per gli ulteriori 9 mesi.



Indice mensile 0,00266
rate annuale

$$R = \frac{40000 \times 0,00266}{1 - 1,00266^{-36}} = 1166,64$$

detrao rendendo dopo 2 anni

$$1166,64 \frac{1 - 1,00266^{-12}}{0,00266} = 13737$$

debito venduto 13737
 al termine del 2° ann.

dopo 3 mesi il debito è diventato
 $13737 \times 1,00266^3 = 13846,91$

nuova rete
 capitale da rimborsare 13846,91

rate sono 9

interesse sulla rata 0,00266

Sempre più spesso i mutui vengono proposti **a tasso variabile**: ad esempio l'interesse sul periodo k potrebbe essere il **tasso EURIBOR** sul mese corrispondente più un divario chiamato **spread**.

Euro Inter Bank Offer Rate è il tasso medio al quale le banche o gli istituti finanziari si prestano denaro per la durata di un mese, e viene pubblicato giornalmente da Bruxelles: rappresenta cioè un **tasso di riferimento**.

Indipendentemente dal significato economico, quello che succede è che il tasso **può cambiare di mese in mese**: tuttavia il principio del funzionamento è simile a quanto esposto precedentemente e molto facile ... c'è però una forte complicazione nei calcoli che viene facilmente superata da un software idoneo.



un capitale che si rimborsa
n rate mensili

- si calcola la prima rata secondo la formula, come se l'interesse per il mese successivo fosse l'interesse per tutto il periodo
- si verifica se al termine del mese l'interesse è cambiato: se è rimasto eguale la seconda rata coincide con la prima
- se l'interesse è cambiato, si calcola la seconda rata tenendo conto del debito residuo D_1 , della durata diminuita $(n - 1)$ e del nuovo tasso d'interesse
- per ogni rata successiva si procede allo stesso modo

all'incirca ogni mese si calcola
- rata per il mese successivo
- parte di debito residuo dopo questa rata.

Si pone naturalmente un problema cruciale: **è più conveniente un mutuo a tasso fisso o variabile?**

Non si può dare una risposta sulla base di semplici conti perché non si conosce l'evoluzione futura (sono necessari dei modelli probabilistici che comunque danno una risposta “*in probabilità*”) ... e in ogni caso non esiste una risposta valida per tutti.