

Esercizi di ricapitolazione

15 novembre 2022

Maurizio Pratelli

Esercizio 1 Determinare in quanto tempo la somma di 80.000 €, investita su un libretto vincolato che offre un tasso annuo del 3,2 %, può diventare 100.000 €

Capitale iniziale concesso su base
annua.

n numero di anni di "giacenza"

$$80.000 (1 + 0,032)^n = 100.000$$

$$1,032^n = \frac{100000}{20000} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$\log(1,032^n) = n \log(1,032) = \log(2,5)$$

$$n = \frac{\log(2,5)}{\log(1,032)} = 7,084$$

7 anni "e un po' di più"

Esercizio 2 Consideriamo le due seguenti operazioni finanziarie:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -500 & 220 & 300 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -500 & X & 2X \end{pmatrix}$$

Dire per quale valore della somma X le due operazioni hanno lo stesso TIR.

X per trovare come in calcolo

TIR_A = i_A equazione di II grado

TIR_B

$$-500 + \frac{X}{(1+i_B)} + \frac{2X}{(1+i_B)^2} = 0$$

impagante

$$i_B = i_A$$

$$-500 + \frac{X}{(1+i_A)} + \frac{2X}{(1+i_A)^2} = 0$$

equazione del I grado

$$X \left(\frac{1}{(1+iA)} + \frac{2}{(1+iA)^2} \right) = 500$$

Esercizio 3 Voglio garantirmi a partire dal 1 gennaio '23 una rendita trimestrale di 1500 € , per 4 anni, da riscuotere alla fine del trimestre.

Sapendo che la Banca riconosce sulle somme depositate un interesse annuo del 2,4 % , quale somma devo depositare al 31 dicembre '22 per garantirmi questa rendita?

rendite - problema di attualizzazione
calcolare interesse trimestrale

i_4 e numero di tempo di maturazione

$$(1 + i_4)^4 = 1,024 \quad \text{con} \quad i_4 = 1,024^{1/4} - 1 = 0,0059$$

$$\dot{i} = 0,0059 \leftarrow \text{int. trinomiale} \left. \begin{array}{l} 16 \\ \text{trimestri} \end{array} \right\}$$

$$A =$$



$$A = \frac{1500}{(1+i)} + \frac{1500}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1500}{(1+i)^{16}}$$

$$A = 1500 \times \left(\frac{1}{(1+i)} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{16}} \right)$$

$$Q + Q^2 + \dots + Q^{16} = \frac{Q^{17} - Q}{Q - 1}$$

$$Q = \frac{1}{(1+i)} = (1,0059)^{-1} = 0,9941$$

$$\frac{0,9941^{17} - 0,9941}{0,9941 - 1} = C$$

$$A = 1500 \times C$$

Esercizio 4 Un contratto di leasing per una attrezzatura industriale del costo di 60.000 € prevede il pagamento immediato di 10.000 €, il pagamento di 48 rate mensili posticipate eguali ed un valore di riscatto pari al 10 % del costo iniziale dell'attrezzatura.

Poiché il tasso d'interesse annuo sul mercato è di 8,2 % per i contratti di leasing, quanto dovrebbe essere l'importo equo di ogni rata?

$$60.000 = 10.000 + \frac{R}{(1+i)} + \dots + \frac{R}{(1+i)^{48}} + \frac{6000}{(1+i)^{48}}$$

i ← interesse mensile = tasso annuo / 12

$$(1 + i_{12})^{12} = 1,082$$

$$i_{12} = i = \frac{1,082}{12} - 1 = 0,00658$$

$$50000 = R \left(\frac{1}{1+i} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{48}} \right) + \frac{6000}{(1+i)^{48}}$$

$$1+i = 1,00658$$

$$\frac{6000}{(1+i)^{48}} = 6000 \times (1,00658)^{-48} = 4679,48$$

$$50000 - 4679,48 = R (a_{\overline{48}|i})$$

$$a = (1+i)^{-1} = 1,00658^{-1} = 0,9934 = a$$

$$a + a^{48} = \frac{a^{49} - a}{a - 1}$$

Recall the formula for the sum of a geometric series

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

Esercizio 5 Un debito di 35.000 € contratto per la ristrutturazione di una casa, è stato convenuto con la Banca un ammortamento quinquennale a rate semestrali costanti al tasso annuo del 4,8 %.

a) Qual è l'importo di ogni rata?

Dopo due anni il cliente chiede di non pagare le rate per un anno: la Banca concede di dilazionare il debito alzando però il tasso d'interesse al 5,2 %.

b) Qual è l'importo di ogni rata per questo ulteriore periodo?

Il cliente chiede poi di estinguere il debito con 6 mesi di anticipo:

c) Quanto deve pagare in totale nell'ultima rata?

$$R = \frac{A \cdot i}{1 - (1+i)^{-n}} \quad \left| \begin{array}{l} A = D_0 \end{array} \right. \quad D_K = \frac{R}{i} \left(1 - (1+i)^{-n+k} \right)$$

Tempo in semestri, 10 rate
all'anno

$$(1+i_2)^2 = 1,048$$

$$i_2 = 0,0237$$

importo della
rate

$$R = \frac{35.000 \times 0,0237}{1 - 1,0237^{-10}} = 3972,23$$

debito residuo dopo 2 anni

$$D_4 = \frac{R}{i} (1 - (1+i)^{-6}) = \frac{3972,23 (1 - 1,0237^{-6})}{0,0237}$$

D_4 debito dopo 2 anni

$21974,98$

capitalizzato per
interessi

5,2%
annuo

Debito dopo 3 anni

$$21974,98 \times 1,052 = 23.117$$

interessi 3 anni (6 rate semestrali)

con debito 23.117 e interesse

semestrale $i_2 = \sqrt{1,052} - 1 = 0,0256$