

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. È vero che la curva in \mathbb{R}^2 di equazione $(|x| - 2)^2 + y^2 = 1$ ha lunghezza 2π ? V / F
2. L'insieme di tutte le soluzioni dell'equazione differenziale $x''(t) = x(t)^2 - t^2 \cdot x'(t)$ è uno spazio vettoriale? V / F
3. Se $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} \setminus \{0\})$ e $f(-z) = f(z)$ per ogni $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, il residuo di f in 0 è necessariamente nullo? V / F
4. Se $\Omega \subset \mathbb{C}$ è aperto e $f \in \mathcal{H}(\Omega)$, anche $2(f \cdot f')^2$ appartiene a $\mathcal{H}(\Omega)$? V / F
5. Se $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C})$ ha una singolarità essenziale all'infinito, può f non annullarsi mai? V / F
6. Per $\alpha, \beta : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ sia $\langle \alpha | \beta \rangle = \int_0^1 \overline{\alpha(t)} \beta(t) dt$ (quando l'integrale esiste). Sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione continua. Sapendo che $\langle f | \chi_{[a,b]} \rangle = 0$ per ogni $[a, b] \subset [0, 1]$, si può concludere che f è identicamente nulla? V / F
7. Sia $f(x, y, z) = (x - y, x^2 + 2y^2 + 3y^2 - 1)$. L'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y, z) = (0, 0)\}$ è:
 a una superficie ; b una curva;
 c unione di una curva e di una superficie; d nessuna delle precedenti.
8. Per quali $z \in \mathbb{C}$ converge la serie di Laurent $\sum_{n=-\infty}^{-1} (nz)^n$?
 a per $|z| > 0$; b per ogni $z \in \mathbb{C}$; c per $|z| < 1$; d per $|z| > 1$.
9. Quanto fa $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+4} dx$? a 0; b $\pi/2$; c π ; d 2π .
10. Sia $f(x) = \cos(x^2) + \sin(x^2)$ e siano $(a_n)_{n \geq 0}$ e $(b_n)_{n \geq 1}$ coefficienti di Fourier di f (gli a_n rispetto ai coseni ed i b_n rispetto ai seni). Quale è giusta?
 a tutti gli a_n sono nulli; b $a_n^2 + b_n^2 = 0$ per $n \gg 0$;
 c tutti i b_n sono nulli; d nessuna delle precedenti.
11. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ due volte derivabile con $f, f',$ e f'' assolutamente integrabili. Siano $\varphi = \mathcal{F}(f)$ e $\psi = \mathcal{F}(f'')$ le trasformate di Fourier. Sia $\varphi(1) \neq 0$. Quanto fa $\psi(1)/\varphi(1)$?
 a 1; b i ; c -1 ; d $-i$.
12. Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ è pari ed ammette trasformata di Fourier $\varphi = \mathcal{F}(f)$, quanto fa $(\mathcal{F}(f^2))(0)$?
 a $\varphi(0)$; b $\varphi(0)^2$; c $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) dt$; d $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t)^2 dt$.

Risposte esatte

1. F
2. F
3. V
4. V
5. V
6. V
7. b
8. a
9. b
10. c
11. c
12. d