



“Geometria e Algebra” – A.A. 1999/2000 – Prova del 27/05/00

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

- Sia  $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ . Se in  $A$  ci sono due righe uguali, le colonne di  $A$  sono lin. dip.?  V /  F
- L'applicazione  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $f(x, y) = (x + 1, y + 1)$  è lineare?  V /  F
- Esistono in  $\mathbb{R}^3$  sottospazi  $W_1, W_2, W_3$  con  $\dim(W_1) + \dim(W_2) + \dim(W_3) = 4$  e  $W_i \cap W_j = \{0\}$  per  $i \neq j$ ?  V /  F
- Se  $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ ,  $a_{11} = 1$  e  $a_{11}a_{22} = a_{12}a_{21}$ , può  $A$  avere rango 3?  V /  F
- Se  $z, w \in \mathbb{C}$  hanno argomenti rispettivi  $2\pi/3$  e  $3\pi/4$ , allora  $z \cdot w$  ha argomento  $\pi/2$ ?  V /  F
- Sia  $k \in \mathbb{R}$  un parametro e sia  $X_k = \{p(t) \in \mathbb{R}[t] : p(1 - k^2) = k\}$ . Per quanti valori di  $k$  si ha che  $X_k$  è un sottospazio di  $\mathbb{R}[t]$ ?  A Uno.  B Due.  C Nessuno.  D Tutti.
- Che dimensione ha il sottospazio di  $\mathbb{R}^4$  generato dai vettori  $(1, 0, 2, 0), (1, 1, 1, -1), (-2, 0, -4, 0), (0, -1, 1, 1)$ ?  A 1.  B 2.  C 3.  D 4.
- Quali sono le coordinate del polinomio  $1 - x + 3x^2$  nella base  $1 + x, 1 - x, x^2$  di  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ ?  
 A  $(1, 0, 1/3)$ ;  B  $(0, 1, 3)$ .  C  $(0, 1, 1/3)$ .  D  $(1, 0, 3)$ .
- Sia  $f: \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \rightarrow \mathbb{R}_{\leq 3}[x]$  definita da  $f(p(x)) = (x + 1)p(x)$ . La matrice associata a  $f$  rispetto alle basi canoniche di  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$  e  $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$  è:  
 A  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .  B  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .  C  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .  D La  $f$  non è lineare.
- Sia  $f: V \rightarrow W$  lineare e  $W = Z \oplus \text{Im}(f)$ . Quale è vera?  
 A  $\dim(Z) = \dim(W) + \dim(\text{Ker}(f))$ .  B  $\dim(Z) + \dim(V) = \dim(W) + \dim(\text{Ker}(f))$ .  
 C  $\dim(Z) = \dim(\text{Ker}(f))$ .  D  $\dim(Z) + \dim(V) = \dim(\text{Ker}(f))$ .
- Se il sistema omogeneo associato a un sistema lineare ha soluzione unica, anche il sistema originale ha soluzione unica?  A Sì, sempre.  B No, mai.  C Sì se il sistema è quadrato.  
 D Sì se il sistema è sovradeterminato.
- Come si parametrizza la retta di equazioni  $x + y + z = 3, -x + 2y + 3z = 0$ ?  A Non è una retta.  
 B  $t_1 \cdot (1, 1, 1) + t_2 \cdot (-1, 2, 3)$ .  C  $(2, 1, 0) + t(1, 4, 3)$ .  D  $(0, 9, -6) + t(-1, 4, -3)$ .
- In  $\mathbb{C}^4$  sia  $U = \text{Span}((0, 1 + i, i, 2), (1, i, -1, 0))$  e  $W = \text{Span}((i, 1, -1, 1 - i), (2i, 1 + i, -1, 3 - i))$ . Quanto fa  $\dim(U + W)$ ?  A 1.  B 2.  C 3.  D 4.
- In  $\mathbb{R}^3$  sia  $\ell$  la retta di equazioni  $x + y = 1, x - z = 0$ . Che equazione ha il piano ortogonale a  $\ell$  e passante per  $(0, 1, 0)$ ?  
 A  $x - y + z = -1$ .  B  $x + y + z = 1$ .  C  $x + y - z = 1$ .  D  $x - y - z = -1$ .
- Che autovalori ha la matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ?  
 A  $0, 1, 3$ .  B  $0, -1, 1$ .  C  $3, 1, -1$ .  D  $0, -1, 3$ .

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono  $\pm 3$  punti, le altre  $+3/-1$  punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.



Risposte esatte

5. ♣ 11. ♠

1. V

2. F

3. V

4. V

5. F

6. A

7. B

8. B

9. A

10. B

11. C

12. D

13. C

14. A

15. D



“Geometria e Algebra” – A.A. 1999/2000 – Prova del 27/05/00

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. A B C D
7. A B C D
8. A B C D
9. A B C D
10. A B C D
11. A B C D
12. A B C D
13. A B C D
14. A B C D
15. A B C D

---

1.♥ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥

---