



 “Geometria e Algebra” – A.A. 1999/2000 – Prova del 07/04/00

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Se un vettore ha tutte le coordinate uguali tra loro in una certa base, lo stesso rimane vero cambiando base? V / F
2. Un sistema lineare di 7 equazioni in 4 incognite può avere soluzione unica? V / F
3. Se $A, B \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$, è vero che $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$? V / F
4. Data $A \in \mathcal{M}_{4 \times 3}(\mathbb{R})$, l'insieme $\{v \in \mathbb{R}^3 : Av = 0\}$ è un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 ? V / F
5. Esiste $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineare tale che $f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $f \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$? V / F
6. Può uno spazio vettoriale su \mathbb{R} avere un numero finito di elementi?
 a Sì, se la dimensione è finita; b sì, sempre; c no, mai; d sì, se la dimensione è nulla.
7. Siano $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y = 0\}$. La dimensione di $U + W$ è:
 a 1; b 2; c 3; d 4.
8. Sia $k \in \mathbb{R}$ un parametro e sia $f_k : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita da
 $f(x, y, z) = (3x + k^2 - 1, -y + (k^2 - k) \cdot x^2)$. Per quanti valori di k la f_k è lineare?
 a Uno; b due; c nessuno; d tutti.
9. Sia $f : V \rightarrow W$ lineare e sia v_1, \dots, v_n una base di V . Quale è vera su $f(v_1), \dots, f(v_n)$?
 a Sono lin. indep.; b generano W ; c generano $\text{Im}(f)$; d nessuna delle precedenti.
10. Una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$
 a è sempre iniettiva; b è sempre surgettiva; c può essere iniettiva; d può essere surgettiva.
11. L'inversa della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -1/3 & 2/3 \\ 2/3 & -1/3 \end{pmatrix}$; d A non è invertibile.
12. In \mathbb{R}^3 si considerino i sottospazi $V = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$ e $W_k = \text{Span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ k \\ k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -k \\ 0 \\ -k \end{pmatrix} \right)$, dove k è un parametro reale. Per quanti valori di k si ha che $V + W_k = \mathbb{R}^3$?
 a Tutti; b nessuno; c tutti meno uno; d tutti meno due.
13. Quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y = 2 \\ 2x + z = 0 \end{cases}$?
 a Una; b due; c infinite; d nessuna.
14. Si considerino in $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ i polinomi $p_1 = 1 + x$, $p_2 = x^2$, $p_3 = x^3$. Quali sono le coordinate del polinomio $p = (1 + x)^2$ rispetto a (p_1, p_2, p_3) ?
 a $(1, 0, 0)^2$; b $(1, 2, 1)$; c $(1, 2, 0)$; d (p_1, p_2, p_3) non è una base di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$.
15. Si considerino in \mathbb{R}^3 i vettori $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (1, 0, 0)$, $v_3 = (0, 1, 1)$. Quali sono le coordinate del vettore v_1 rispetto a (v_1, v_2, v_3) ?
 a $(1, 1, 0)$; b $(1, 0, 0)$; c $(0, 0, 1)$; d $(0, 1, 0)$.

 Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Le domande V/F valgono ± 3 punti, le altre $+3/-1$ punti. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato questo foglio.

 1.♠ 2.◇ 3.♣ 4.♥ 5.◇ 6.♥ 7.♣ 8.♣ 9.♠ 10.♠ 11.♥ 12.♣ 13.◇ 14.♠ 15.♠



“Geometria e Algebra” – A.A. 1999/2000 – Prova del 07/04/00

Risposte esatte

4. ♥ 7. ♣

1. F

2. V

3. F

4. V

5. F

6. d

7. c

8. a

9. c

10. c

11. c

12. d

13. d

14. d

15. b

1. ♠ 2. ◇ 3. ♣ 4. ♥ 5. ◇ 6. ♥ 7. ♣ 8. ♣ 9. ♠ 10. ♠ 11. ♥ 12. ♣ 13. ◇ 14. ♠ 15. ♠



“Geometria e Algebra” – A.A. 1999/2000 – Prova del 07/04/00

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. V F
2. V F
3. V F
4. V F
5. V F
6. a b c d
7. a b c d
8. a b c d
9. a b c d
10. a b c d
11. a b c d
12. a b c d
13. a b c d
14. a b c d
15. a b c d

1.♠ 2.◇ 3.♣ 4.♥ 5.◇ 6.♥ 7.♣ 8.♣ 9.♠ 10.♠ 11.♥ 12.♣ 13.◇ 14.♠ 15.♠
