



1. Calcolare  $\int \log(1+x^2) dx$ .

2. Calcolare  $\int_C x^2 dx dy$  dove  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

3. Calcolare il determinante di  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

4. Trovare una base di  $\mathbb{R}^4$  che contenga i vettori  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  e  $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ .

5. Posto  $W = \text{Span} \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \subset \mathbb{R}^3$ , trovare una base di  $W^\perp$ .

6. Trovare le soluzioni singolari e la soluzione generale dell'equazione differenziale  $y' = -\frac{y^2}{x}$ .

---

**Le risposte devono essere sinteticamente giustificate**

Deve essere esibita la tessera dello studente o un documento. I telefoni devono rimanere spenti. Le risposte ai quesiti vanno scritte negli spazi bianchi di questo foglio. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato dopo i primi 45 minuti. Prima della consegna non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Sul banco è consentito avere solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria.

---



In  $\mathbb{R}^4$  considerare i sottospazi vettoriali

$$R : \begin{cases} 4x + y + 3z + 2w = 0 \\ 2x - 3y + 5z + w = 0 \end{cases} \quad S = \text{Span} \left( \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \right).$$

- (A) (3 punti) Esibire equazioni parametriche di  $R$ .
- (B) (3 punti) Esibire equazioni cartesiane di  $S$ .
- (C) (2 punti) Trovare una base di  $R \cap S$ .
- (D) (1 punto) Calcolare la dimensione di  $R + S$ .

---

Deve essere esibito un documento o la tessera dello studente. I telefoni devono rimanere spenti. Sul tavolo è consentito avere solo solo i libri di testo in originale, i fogli forniti e la cancelleria. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto dell'esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

---



## Risposte ai quesiti

1.  $x \cdot \log(1 + x^2) - 2x + 2 \arctan(x) + c$
2.  $\frac{\pi}{4}$
3. 12
4. Si possono aggiungere ad esempio due vettori della base canonica escluso  $e_1$
5.  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
6. Soluzione singolare  $y(x) = 0$ , soluzione generale  $y(x) = \frac{1}{\log(|x|)+c}$ , definite su  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$



## Soluzione dell'esercizio

(A) Ad esempio  $R = \text{Span} \left( \left( \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right) \right)$

(B) Ad esempio  $S = \begin{cases} 4x - y + 7z = 0 \\ 2y - z - w = 0 \end{cases}$

(C) Ad esempio  $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

(D) 3