



Quesito 1. Trovare il polinomio caratteristico $p_A(t)$ di $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ sapendo che

$$\operatorname{tr}(A) = -11 \quad \det(A) = 5 \quad p_A(-1) = 9.$$



Quesito 2. Stabilire per quali $t \in \mathbb{R}$ è diagonalizzabile la matrice

$$\begin{pmatrix} t^2 - 5 & t^2 + 4t + 3 & t^2 + 3t + 2 \\ 0 & 1 - t & t + 2 \\ 0 & 0 & t^2 + t + 1 \end{pmatrix}.$$



Quesito 3. Su \mathbb{R}^2 considerare il prodotto scalare $\langle \cdot | \cdot \rangle_A$ associato alla matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ e determinare tutti i vettori v che soddisfano entrambe le seguenti condizioni:

- v è ortogonale a $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ rispetto a $\langle \cdot | \cdot \rangle_A$
- v è unitario rispetto a $\langle \cdot | \cdot \rangle_A$.



Quesito 4. Stabilire per quali $z \in \mathbb{C}$ la matrice $\begin{pmatrix} 5 & iz - i \\ iz + i & z + 2i \end{pmatrix}$ ha autovalori reali ed è diagonalizzata da una matrice unitaria.



Quesito 5. Dire che tipo di isometria di \mathbb{R}^2 è associata alla matrice $\frac{1}{17} \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ 15 & -8 \end{pmatrix}$



Quesito 6. Dire per quali $t \in \mathbb{R}$ i punti $[t : t + 2 : 2 - 3t]$ e $[2 - 2t : t - 13 : 4t - 1]$ coincidono in $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$.



Quesito 7. Determinare il tipo affine della quadrica

$$2x^2 + 4xz + 2x + 3y^2 + 4y + 8z^2 - 12z + 11 = 0.$$



Quesito 8. Per la funzione

$$f(x, y) = \cos(2x - 3y) - 4x^2 + 5xy + y^2$$

definita su \mathbb{R}^2 calcolare la matrice hessiana nell'origine e i segni dei suoi autovalori.



Quesito 9. Determinare il riferimento di Frénet, la curvatura e la torsione della curva

$$\alpha(u) = \begin{pmatrix} u^2 + \sin(u) \\ u - \cos(u) \\ e^{-u} \end{pmatrix}$$

nel punto $u = 0$.



Quesito 10. Calcolare

$$\int_{\alpha} (1 - y) dx + (1 + x) dy$$

dove $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ è data da $\alpha(t) = \begin{pmatrix} t^2 - t \\ 3t^2 + t \end{pmatrix}$.



Risposte ai quesiti

1. $p_A(t) = t^3 + 11t^2 - 4t - 5$
2. $t \neq -6, 0, 2$
3. $v = \pm \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$
4. $z = -2i$
5. Riflessione rispetto a una retta
6. $t = 4$
7. Vuota
8. $\begin{pmatrix} -12 & 11 \\ 11 & -7 \end{pmatrix}$; discordi
9. $t = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $n = \frac{1}{\sqrt{42}} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $b = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\kappa = \frac{1}{9}\sqrt{42}$, $\tau = -\frac{1}{14}$
10. $\frac{8}{3}$