



Quesito 1. Calcolare il polinomio caratteristico della matrice $A = \begin{pmatrix} -4 & -3 & 3 \\ 4 & 4 & -2 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Dire inoltre se sia A diagonalizzabile, spiegando.



Quesito 2. Dire per quali $q \in \mathbb{R}$ sia diagonalizzabile la matrice $\begin{pmatrix} q^2 + q - 8 & 3 - q \\ q^2 - 9 & 4 \end{pmatrix}$.



Quesito 3. In \mathbb{R}^3 considerare il piano P di equazione $-2x + y + 5z = 0$.

Determinare il punto di P più vicino al punto $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.



Quesito 4. Stabilire per quali $t \in \mathbb{R}$ l'applicazione bilineare su \mathbb{R}^2 associata alla matrice $\begin{pmatrix} 7 & t^2 - 3 \\ t + 3 & 5 \end{pmatrix}$ sia un prodotto scalare.



Quesito 5. Trovare gli autovalori della matrice $\begin{pmatrix} 5 & 2+i \\ 2-i & 9 \end{pmatrix}$ e una base ortogonale di \mathbb{C}^2 che la diagonalizza.



Quesito 6. Determinare il valore $t_0 \in \mathbb{R}$ di t per il quale la matrice $A_t = \begin{pmatrix} t-1 & t-2 \\ 2 & 1-t \end{pmatrix}$ è un multiplo scalare di una matrice ortogonale. Dire inoltre se A_{t_0} rappresenti la composizione di una omotetia e una rotazione oppure di una omotetia e una riflessione.



Quesito 7. Determinare il tipo affine della conica di equazione $3x^2 + 4xy + 5y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$.
Spiegare.



Quesito 8. Determinare il tipo affine della quadrica di equazione $x^2 - z^2 + 4xy - 4yz + 4y + 4z - 3 = 0$.
Spiegare.



Quesito 9. Per la curva orientata $\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da

$$\alpha(t) = \begin{pmatrix} t^3 + \frac{3}{5}t + 1 \\ 5t^2 + 4t + 3 \end{pmatrix}$$

calcolare la curvatura nel punto $t = 0$ e il segno della curvatura per ogni t .



Quesito 10. Per la curva $\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da

$$\alpha(t) = \begin{pmatrix} \ln(1+t) \\ 1-t \end{pmatrix}$$

calcolare

$$\int_{\alpha} e^{x+y^2} (dx + 2y dy).$$



Risposte ai quesiti

1. $p_A(t) = t^3 - 3t^2 + 4$; sì, l'autovalore 2 ha molteplicità algebrica e geometrica 2, l'autovalore -1 ha molteplicità algebrica e geometrica 1
2. $q \neq -2$
3. $\frac{2}{3} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
4. $t = -2$
5. $\lambda_1 = 4$, $v_1 = \begin{pmatrix} 2+i \\ -1 \end{pmatrix}$; $\lambda_2 = 10$, $v_2 = \begin{pmatrix} 2+i \\ 5 \end{pmatrix}$
6. $t_0 = 4$; omotetia e riflessione
7. Ellisse
8. Paraboloide iperbolico
9. $\frac{750}{409^{3/2}}$; positiva sull'intervallo $(-1, \frac{1}{5})$, nulla agli estremi, negativa all'esterno
10. $2 - e$