



Quesito 1. Se sono dati 11 generatori di

$$\{p(z) \in \mathbb{C}_{\leq 7}[\mathbb{C}] : p'(1+i) = p''(3-2i) = p(7) - p(5i)\}$$

quanti bisogna scartarne per avere una base?



Quesito 2. Trovare la base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^2$ per cui si ha

$$\left[\begin{pmatrix} 0 \\ -7 \end{pmatrix} \right]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \left[\begin{pmatrix} 13 \\ 2 \end{pmatrix} \right]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$



Quesito 3. Se

$$X = \{x \in \mathbb{R}^{13} : 7x_5 + 9x_{10} = 14x_{13}\}$$

e $Z, W \subset X$ sono sottospazi entrambi di dimensione 8 tali che $Z + W \neq X$,
che dimensione può avere $Z \cap W$?



Quesito 4. Data

$$f : \{z \in \mathbb{C}^9 : (2 - i)z_3 + (4 + 3i)z_6 = 0\} \rightarrow \mathcal{M}_{3 \times 4}(\mathbb{C})$$

lineare con nucleo di dimensione 2, se $Q \subset \mathcal{M}_{3 \times 4}(\mathbb{C})$ è un sottospazio tale che $Q \cap \text{Im}(f)$ ha dimensione 1, che dimensione può avere Q ?



Quesito 5. Per quali $t \in \mathbb{R}$ il sistema $\begin{cases} (t+2)x - 2ty = t-2 \\ (1-4t)x + (3t+8)y = 3-2t \end{cases}$ ha infinite soluzioni?



Quesito 6. Se $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -7 \\ 1 & -1 & 3 \\ -5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ calcolare $(A^{-1})_{23}$.



Quesito 7. Se $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 5 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

calcolare i determinanti delle orlate di B in A .



Quesito 8. Trovare una presentazione parametrica del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 10 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 6. \end{cases}$$



Quesito 9. Trovare le radici complesse del polinomio

$$z^3 - (3 + 2i)z^2 + (3 + 7i)z + 2 - 6i$$

sapendo che una di esse è immaginaria pura.



Quesito 10. Posto $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0\}$ e $Y = \text{Span} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

calcolare la proiezione su X di $\begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$ rispetto alla decomposizione in somma diretta $\mathbb{R}^3 = X \oplus Y$.



Risposte ai quesiti

1. 5

2. $\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$

3. Tra 5 e 8 compresi

4. Tra 1 e 7 compresi

5. $t = 4$ 6. $\frac{8}{37}$

7. -58 e -50

8. $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} 0 \\ -15 \\ 19 \\ 14 \end{pmatrix} \text{ con } t_1, t_2 \in \mathbb{R}$

9. $z_1 = 2i, z_2 = 1 + i, z_3 = 2 - i$

10. $-\begin{pmatrix} 19 \\ 41 \\ 24 \end{pmatrix}$