

Vettori nel piano e nello spazio

Esercizi di matematica e statistica
SPES 18/19

Esercizio 1 Eeguire le seguenti operazioni tra vettori:

(a) $5 \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} - 7 \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix};$

(b) $\sqrt{3} \begin{pmatrix} 7 \\ -4\sqrt{6} \end{pmatrix} - 5\sqrt{2} \begin{pmatrix} 3\sqrt{6} \\ 4 \end{pmatrix};$

(c) $4 \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} -9 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}.$

Esercizio 2 Calcolare la distanza tra le seguenti coppie di punti del piano o dello spazio:

(a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix};$

(b) $\begin{pmatrix} -5 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 12 \\ 11 \end{pmatrix};$

(c) $\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix};$

(d) $\begin{pmatrix} 11 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}.$

Esercizio 3 Calcolare l'angolo formato dalle seguenti coppie di vettori del piano o dello spazio:

(a) $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix};$

(b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -6 \\ 11 \end{pmatrix};$

(c) $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix};$

(d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}.$

Esercizio 4 Trovare tutti i vettori del piano ortogonale al vettore dato e aventi norma 1:

(a) $\begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix};$

(b) $\begin{pmatrix} \sqrt{6} \\ 5\sqrt{3} \end{pmatrix}.$

Esercizio 5 Per i vettori v_1 e v_2 dello spazio assegnati, calcolare:

- Tutti i vettori dello spazio ortogonali a v_1 e v_2 ;
- L'area del parallelogrammo che ha i vettori v_1 e v_2 come lati;
- I due vettori dello spazio ortogonali a v_1 e v_2 e aventi norma 1:

(a) $\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix};$

(b) $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}.$

Soluzione dell'esercizio 1

(a) $\begin{pmatrix} 41 \\ -73 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} -23\sqrt{3} \\ -32\sqrt{2} \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 53 \\ -49 \\ -12 \end{pmatrix}$

Soluzione dell'esercizio 2

(a) $\sqrt{29}$

(b) $\sqrt{305}$

(c) 3

(d) $\sqrt{122}$

Soluzione dell'esercizio 3

(a) $\arccos\left(-\frac{19}{5\sqrt{85}}\right)$

(b) $\arccos\left(\frac{71}{5\sqrt{314}}\right)$

(c) $\arccos\left(\frac{9}{\sqrt{3306}}\right)$

(d) $\arccos\left(\frac{10}{2\sqrt{2183}}\right)$

Soluzione dell'esercizio 4

(a) $\pm\frac{1}{\sqrt{58}}\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$

(b) $\pm\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 5\sqrt{3} \\ -\sqrt{6} \end{pmatrix}$

Soluzione dell'esercizio 5

(a) I multipli di $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $25\sqrt{6}$; $\pm \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(b) I multipli di $\begin{pmatrix} 5 \\ 47 \\ 17 \end{pmatrix}$; $29\sqrt{3}$; $\pm \frac{1}{29\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 5 \\ 47 \\ 17 \end{pmatrix}$