

# Numeri, misure, errori, percentuali

## Esercizi di matematica e statistica SPES 18/19

**Esercizio 1** Senza usare la calcolatrice, disporre in ordine crescente i seguenti gruppi di numeri reali:

(a)  $\frac{8}{7}, \frac{7}{8}, \frac{7}{6}, \frac{7}{5}, \frac{5}{8}, \frac{6}{7}$ ;

(b)  $-\frac{3}{8}, -\frac{8}{3}, -\frac{7}{3}, -\frac{3}{7}, -\frac{4}{7}, -\frac{7}{9}$ ;

(c)  $\frac{1}{4} - \frac{3}{5}, \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{5}, \frac{1}{9} + \frac{4}{13}, \frac{28}{3} - \frac{17}{2}, \frac{19}{12} \cdot \frac{7}{17}$ ;

(d)  $\sqrt{\frac{6}{7}}, 1, \sqrt{\frac{7}{5}}, \frac{12}{11}, \frac{11}{9}, \sqrt{\frac{8}{7}}$ ;

(e)  $\sqrt{\frac{2}{13}}, \left| \frac{3}{23} - \frac{2}{11} \right|, \sqrt[3]{-\frac{1}{7}}, -\left| \frac{2}{9} - \frac{3}{7} \right|$ .

**Esercizio 2** Esprimere come una singola potenza le seguenti espressioni:

(a)  $\frac{5^{-3} \cdot 5^{12}}{5^7 \cdot 5^{-14}}$ ;

(b)  $\frac{8^3 \cdot 2^{-5}}{16^{-6} \cdot (4^7)^2}$ .

### Esercizio 3

- (a) Spiegare perché un numero razionale ha espressione decimale periodica;
- (b) Spiegare perché un numero con espressione decimale finita è razionale;
- (c) Sapendo che il numero  $0.\overline{0\dots 01}$ , dove il periodo contiene  $k$  volte lo 0, vale  $\frac{10\dots 0}{9\dots 9}$ , dove il numeratore contiene  $k + 1$  volte lo 0 e il denominatore  $k + 1$  volte il 9, spiegare perché numero con espressione decimale periodica è razionale.

**Esercizio 4** Eseguire le seguenti conversioni di misure, esprimendo il risultato in notazione scientifica:

- (a)  $31.4 \cdot 10^{-4} \text{ hg} = \dots \mu\text{g}$ ;
- (b)  $67.19 \text{ cm} = \dots \text{ km}$ ;
- (c)  $781.7 \cdot 10^{14} \text{ ms} = \dots \text{ s}$ ;
- (d)  $0.189 \text{ cm}^2 = \dots \text{ km}^2$ ;
- (e)  $82.1 \cdot 10^{-4} \text{ dam}^3 = \dots \text{ km}^3$ ;
- (f)  $0.0417 \text{ mm}^3 = \dots \text{ cl}$ .

**Esercizio 5** Nota la quantità  $x$  e l'errore assoluto  $\Delta x$  della sua misura oppure l'errore relativo  $\varepsilon_x$ , determinare l'altro (usando la calcolatrice):

- (a)  $x = 89.5$ ,  $\Delta x = 0.21$ ;
- (b)  $x = 28.1$ ,  $\varepsilon_x = 0.037$ ;
- (c)  $x = -81.47$ ,  $\Delta x = 0.56$ ;
- (d)  $x = -92.5$ ,  $\varepsilon_x = 0.015$ .

Disporre inoltre queste misure in ordine decrescente di accuratezza.

**Esercizio 6** Note le quantità indicate con gli errori assoluti o relativi specificati, determinare (usando la calcolatrice) valore atteso, errore assoluto ed errore relativo della quantità richiesta:

(a)  $x = 5.14$ ,  $\Delta x = 0.17$ ,  $y = 9.31$ ,  $\varepsilon_y = 0.0087$ ;  $x + y = \dots$

(b)  $x = 9.17$ ,  $\varepsilon_x = 4.11\%$ ,  $y = 29.32$ ,  $\Delta y = 0.21$ ;  $x - y = \dots$

(c)  $x = 61.5$ ,  $\Delta x = 1.03$ ,  $y = 12.09$ ,  $\varepsilon_y = 1.4\%$ ;  $x \cdot y = \dots$

(d)  $x = 8.7$ ,  $\Delta x = 7.4 \cdot 10^{-3}$ ,  $y = 7.5$ ,  $\Delta y = 1.9 \cdot 10^{-2}$ ,  
 $z = 6.6$ ,  $\Delta z = 2.1 \cdot 10^{-2}$ ;  $\frac{x+y}{z} = \dots$

**Esercizio 7** Determinare il 24.3% di una popolazione di  $79.14 \cdot 10^5$  individui.

**Esercizio 8** Un uomo che pesa 89 kg scende a 82 kg in un anno. Determinare il suo calo ponderale percentuale.

**Esercizio 9** Se una maglietta che costa 24.99 € aumenta del 19% e una camicia che costa 75.99 € aumenta del 6%, quale dei due capi ha avuto il maggiore rincaro assoluto?

**Esercizio 10** Mescolando 24.5 dl di alcool con  $48.7 \cdot 10^2 \text{ cm}^3$  di acqua, qual è la gradazione percentuale della miscela ottenuta?

### Soluzione dell'esercizio 1

(a)  $\frac{5}{8} < \frac{6}{7} < \frac{7}{8} < \frac{8}{7} < \frac{7}{6} < \frac{7}{5}$ ;

(b)  $-\frac{8}{3} < -\frac{7}{3} < -\frac{7}{9} < -\frac{4}{7} < -\frac{3}{7} < -\frac{3}{8}$ ;

(c)  $\frac{1}{4} - \frac{3}{5} < \frac{1}{9} + \frac{4}{13} < \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{5} < \frac{19}{12} \cdot \frac{7}{17} < \frac{28}{3} - \frac{17}{2}$ ;

(d)  $\sqrt{\frac{6}{7}} < 1 < \sqrt{\frac{8}{7}} < \frac{12}{11} < \sqrt{\frac{7}{5}} < \frac{11}{9}$ ;

(e)  $\sqrt[3]{-\frac{1}{7}} < -|\frac{2}{9} - \frac{3}{7}| < |\frac{3}{23} - \frac{2}{11}| < \sqrt{\frac{2}{13}}$ .

### Soluzione dell'esercizio 2

(a)  $5^{16}$ ;

(b)  $2^0 = 1$ .

### Soluzione dell'esercizio 3

(a) Vediamo come si ottiene l'espressione decimale di  $\frac{n}{m} \in \mathbb{Q}$ . Supponiamo che la divisione  $n : m$  abbia quoziente  $k_0$  e resto  $r_0$ . Allora  $k_0$  è la parte intera dell'espressione decimale di  $\frac{n}{m}$ . Se la divisione  $10r_0 : m$  ha quoziente  $k_1$  e resto  $r_1$ , allora  $k_1$  è la prima cifra della parte decimale di  $\frac{n}{m}$ . Analogamente, se la divisione  $10r_1 : m$  ha quoziente  $k_2$  e resto  $r_2$ , allora  $k_2$  è la seconda cifra della parte decimale di  $\frac{n}{m}$ , e così via. Siccome tutti i resti  $r_j$  che si incontrano sono compresi tra 0 e  $m - 1$ , prima o poi uno si ripeterà, dunque da quel punto l'espressione decimale sarà periodica.

(b) Se  $x = a.b$ , dove  $b$  è un'espressione con  $h$  cifre, allora  $x = a + b \cdot 10^{-h}$  è somma di numeri razionali.

(c) Se  $x = a.b\bar{c}$  dove  $b$  ha  $h$  cifre e  $c$  ha  $k$  cifre, allora

$$x = a + b \cdot 10^{-h} + c \cdot 10^{-h} \cdot \overline{0.0\dots 01},$$

dove il periodo contiene  $k-1$  volte lo 0, e applicando l'ipotesi si conclude che  $x$  è la somma di tre numeri razionali.

**Soluzione dell'esercizio 4**

- (a)  $31.4 \cdot 10^{-4} \text{ hg} = 3.14 \cdot 10^5 \mu\text{g}$ ;
- (b)  $67.19 \text{ cm} = 6.719 \cdot 10^{-4} \text{ km}$ ;
- (c)  $781.7 \cdot 10^{14} \text{ ms} = 7.817 \cdot 10^{13} \text{ s}$ ;
- (d)  $0.189 \text{ cm}^2 = 1.89 \cdot 10^{-11} \text{ km}^2$ ;
- (e)  $82.1 \cdot 10^{-4} \text{ dam}^3 = 8.21 \cdot 10^{-9} \text{ km}^3$ ;
- (f)  $0.0417 \text{ mm}^3 = 4.17 \cdot 10^{-6} \text{ cl}$ .

**Soluzione dell'esercizio 5**

- (a)  $\varepsilon_x = 2.35 \cdot 10^{-3}$ ;
- (b)  $\Delta x = 1.04$ ;
- (c)  $\varepsilon_x = 6.87 \cdot 10^{-3}$ ;
- (d)  $\Delta x = 1.39$ .

Ordine crescente di accuratezza: (a), (c), (d), (b).

**Soluzione dell'esercizio 6**

- (a)  $x + y = 14.45$ ;  $\Delta(x + y) = 0.25$ ;  $\varepsilon_{(x+y)} = 1.74\%$ ;
- (b)  $x - y = -20.15$ ;  $\Delta(x - y) = 0.59$ ;  $\varepsilon_{(x-y)} = 2.91\%$ ;
- (c)  $x \cdot y = 743.535$ ;  $\Delta_{(x \cdot y)} = 22.86$ ;  $\varepsilon_{x \cdot y} = 3.07\%$ ;
- (d)  $\frac{x+y}{z} = 2.45$ ;  $\Delta\left(\frac{x+y}{z}\right) = 1.18 \cdot 10^{-2}$ ;  $\varepsilon_{\left(\frac{x+y}{z}\right)} = 0.48\%$ ;

**Soluzione dell'esercizio 7** 1 923 102.

**Soluzione dell'esercizio 8** 7.87%.

**Soluzione dell'esercizio 9** La maglietta (aumenta di 4.75 € ; la camicia invece 4.56 €).

**Soluzione dell'esercizio 10** 33.47%.