

Esponenziali e logaritmi

Esercizi di matematica e statistica
SPES 18/19

Esercizio 1 Risolvere $(e^{x-1})^3 \cdot e^{3-2x} = 7$.

Esercizio 2 Risolvere $(3^{x-2})^{2x-1} \cdot (3^{2x})^{4-x} = 5$.

Esercizio 3 Risolvere $100^{2x} + 100^x \cdot (1 - \sqrt{10}) - \sqrt{10} = 0$.

Esercizio 4 Risolvere

$$\frac{e^x - 12}{e^x + 2} - \frac{e^x + 3}{e^x - 1} = 2.$$

Esercizio 5 Risolvere

$$\frac{2^{x+1} - 2^{\frac{x}{2}+2} - 9}{2^x \cdot (\sqrt{2})^x + 8} - \frac{1}{\sqrt{2^x} + 2} = \frac{1 - (\sqrt{2})^x}{2^x + 2(2 - 2^{\frac{x}{2}})}.$$

Esercizio 6 Al variare di $a \in \mathbb{R}$ dire quante sono le soluzioni di

$$(a^2 + 1)^{x^2 - x(a + \sqrt{3}) + a\sqrt{3}} = 1.$$

Esercizio 7 Risolvere $\log_3(2x^2 - 5x + 2) = 3$.

Esercizio 8 Risolvere

$$\log_{27}(\sqrt{3}) - \frac{1}{1 - \log_9(x)} = \frac{1 + 2 \log_{81}(x)}{2 - \log_3(x)}.$$

Esercizio 9 Risolvere

$$\log_2(x-1) - 1 = \log_2(x+5) + \log_{\frac{1}{2}}(x).$$

Esercizio 10 Risolvere

$$\log_2(x^2) + (1 - \log_2(x))^2 = x^2 + (x+2)(2-x) + 6.$$

Esercizio 11 Risolvere

$$12(\log_4(x))^3 - \frac{1}{2\log_8(x)} = 5 \left(\log_{\frac{1}{2}}(x) - 1 \right) \left(\log_{\frac{1}{2}}(x) + 1 \right).$$

Esercizio 12 Al variare di $a \in \mathbb{R}$ dire quante sono le soluzioni di

$$a \cdot (\text{Log}(x))^3 - (\text{Log}(x))^2 - 4a \cdot \text{Log}(x) + 4 = 0.$$

Esercizio 13 Risolvere

$$\frac{5 \cdot 2^x - 2}{2^x - 1} > 6.$$

Esercizio 14 Risolvere $(e^x - 1)(e^x + 1) > e^x(e^x - 3)$.

Esercizio 15 Risolvere $(3^x - 2)(3^x + 1 + 2^x) < 6^x - 2^{x+1}$.

Esercizio 16 Risolvere $\ln(x^2 - 1) + \ln(x + 3) > \ln(x + 1)$.

Esercizio 17 Risolvere

$$(\log_3(x) - 1)^3 \leq \log_3(x) \cdot \log_3(x^{-3}) + 5 \log_3(3x^2).$$

Esercizio 18 Risolvere

$$\left(\log_{\frac{1}{2}}(x) \right)^2 + 4 \log_{\frac{1}{2}}(x) - 5 > 0.$$

Soluzione dell'esercizio 1 $x = \ln(7)$.

Soluzione dell'esercizio 2 $x = \frac{1}{3}(\log_3(5) - 2)$.

Soluzione dell'esercizio 3 $x = \frac{1}{4}$.

Soluzione dell'esercizio 4 $x = \ln(\sqrt{30} - 5)$.

Soluzione dell'esercizio 5 $x = 2\log_2(3)$.

Soluzione dell'esercizio 6 Infinite per $a = 0$, una per $a = \sqrt{3}$, due altrimenti.

Soluzione dell'esercizio 7 $x = -\frac{5}{2}$ oppure $x = 5$.

Soluzione dell'esercizio 8 $x = \frac{1}{81}$.

Soluzione dell'esercizio 9 $x = 5$.

Soluzione dell'esercizio 10 $x = 8$ o $x = \frac{1}{8}$.

Soluzione dell'esercizio 11

$x = \frac{1}{2}$ oppure $x = \sqrt[3]{2}$ oppure $x = 2$ oppure $x = 8$.

Soluzione dell'esercizio 12 Due per $a = 0$ e per $a = \pm\frac{1}{2}$, tre altrimenti.

Soluzione dell'esercizio 13 $0 < x < 2$.

Soluzione dell'esercizio 14 $x > -\ln(3)$.

Soluzione dell'esercizio 15 $x < \log_3(2)$.

Soluzione dell'esercizio 16 $x > \sqrt{5} - 1$.

Soluzione dell'esercizio 17 $0 < x \leq \frac{1}{9}$ oppure $\frac{1}{3} \leq x < 27$.

Soluzione dell'esercizio 18 $0 < x < \frac{1}{2}$ oppure $x > 32$.