

Matematice e statistice 18/12/18

Ese probabilitate

[1] Quant este?

[2] 5 usure de 1€

[b] 3 usure de 1€
4 usure de 2€

Tare : $0 \leftrightarrow 5$

(6)

Tare de 1€ : $0 \leftrightarrow 3$

Tare de 2€ : $0 \leftrightarrow 4$

$$4 \cdot 5 = 20$$

[c] 4 bicie de une cu 3 biande e 798 none

biande $0 \leftrightarrow 3$: $\textcircled{4}$

[d] anagrammi di "viola" $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
 $= \textcircled{120}$

[e] anagrammi di "V I O L I N O"

$\begin{array}{cccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array}$

$\begin{array}{cccccc} 7 & 1 & 4 & 3 & 2 & 5 & 6 \\ 0 & V & L & O & I & I & N \end{array}$

$$\leadsto \frac{7!}{2 \cdot 2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \dots$$

7 1 4 3 5 2 6
O V L O r i N

$\boxed{f}$ man i inside bridge i,

$$\begin{pmatrix} 52 \\ 13 \end{pmatrix} = \dots$$

9) unai inizi bridge io + compagno

$$\begin{pmatrix} 52 \\ 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 39 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$(\text{Tutte: } \begin{pmatrix} 52 \\ 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 39 \\ 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 26 \\ 13 \end{pmatrix} \cdot)$$

10) cinque tombola con 2 pari e 3 dispari.

$$\binom{45}{2} \cdot \binom{45}{3}$$

2. a) coeff d. $a^8 b^3$ in $(a+b)^{11}$

$$\binom{11}{8}$$

b) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ + Spiegung.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot (n-(n-k))!} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Perché? $\binom{n}{k}$ = modi di scegliere k oggetti tra n
 = modi di scartare $n-k$

$$\boxed{0} \quad \sum_{k=0}^m 2^k \cdot \binom{m}{k} = 3^m$$

$$3^m = (2+1)^m = \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \cdot 2^k \cdot \underbrace{1^{m-k}}_{=1}$$

$\boxed{3}$ Calcolare prob.

(a) Usate multiple 8 come primo fondale.

multipli di 8 : $\underbrace{8, \dots, 80, 88}_{11}$

$$\rightarrow \frac{11}{90}$$

(b) Uscite di due numeri con somma 7
come primi due estratti da una balla -

Totale : $\binom{90}{2}$

Favorevoli : $\{1,6\}, \{2,5\}, \{3,4\} :$

$$\rightarrow \frac{3}{\binom{30}{2}}$$

□ Somme 8 lançant des dé.

Totale : $6 \cdot 6 = 36$

Favorables : $(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)$

$$\rightarrow \frac{5}{36}$$

[d] tutti bastoni prendendo 3 carte da 40.

$$\text{I.} \quad \frac{\binom{10}{3}}{\binom{40}{3}} = \frac{\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{40 \cdot 39 \cdot 38}{3 \cdot 2 \cdot 1}}$$

$$\text{II.} \quad \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38}$$

[e] carte di semi diversi prendendo 3 de 40

I. "difficile"

II. $\frac{40}{40}, \frac{30}{39}, \frac{20}{38}$

[f] vincere una puntata al colpo.

$$\frac{86}{\binom{90}{5}} = \dots$$

[4] Scommetto λ ; equa se banco paga...?

Equa se paga $\frac{\lambda}{p}$ dove $p = \text{prob. evento}$.

Q. Alunos mais fígure procurando 3 carte de 40.

$$\begin{aligned} \text{I. } \text{Prob}(\geq 1 \text{ figure}) &= \text{Prob}(1) + \text{Prob}(2) + \text{Prob}(3) \\ &= 1 - \text{Prob}(0) = 1 - \frac{28}{40} \cdot \frac{27}{39} \cdot \frac{26}{38} \\ &= \dots = \frac{47}{85} \end{aligned}$$

$$\text{II. } \text{Prob}(1) + \text{Prob}(2) + \text{Prob}(3)$$

↓

↓

↓

$$\frac{12}{40} \cdot \frac{28}{39} \cdot \frac{27}{38}$$

$$+ \frac{28}{40} \cdot \frac{12}{39} \cdot \frac{27}{38}$$

$$+ \frac{28}{40} \cdot \frac{27}{39} \cdot \frac{12}{38}$$

$$3 \cdot \frac{12}{40} \cdot \frac{28}{39} \cdot \frac{27}{38}$$

$$\frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} \cdot \frac{28}{38}$$

+

"

+

"

$$3 \cdot \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} \cdot \frac{28}{38}$$

$$+ \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} \cdot \frac{10}{38}$$

$$= \dots = \frac{47}{85}$$



[b] Une figure prend 3 case de 52

$$3 \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{39}{51} \cdot \frac{38}{50}$$

[c] Somme pari tirando 1000 dadi.

I. Possibilit  : 2^{1000} ... compliqu 

II.

$$\frac{1}{2}$$

(preso n a caso anche truccato
la prob che $n + (\text{ tiro d'oro})$ sia pari
è $(\frac{1}{2})$)

[d]

due biscotti in prima mano

$$3 \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} \cdot \frac{30}{37}$$

☐ tre punteggi > 2 tirando 3 dadi

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

5 se fero su strada k persone
scoperto che ce ne sono due
che copiano gli anni lo stesso giorno.

Probabilità che su k persone ce ne siano
due che copiano gli anni lo stesso giorno

$= 1 - \text{probab. che le } k \text{ copiano anni tutti}$
 $\text{in giorni diversi:}$

$$= 1 - \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdots \frac{365-k+1}{365}$$

$$= 1 - \frac{365!}{(365-k)! \cdot 365^k}$$

$$k=21 \rightarrow \approx 50\%$$

5 Calcolare prob.

12 multiplo di 3 o 11 sapendo $m \in \mathbb{N}$ e caso.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{11} - \frac{1}{33} = \dots$$

[b] uscita $\downarrow$ $x \in [0, 1]$ scegliendo $x \in \mathbb{R}$ a caso.
0

[c] uscita $\downarrow$ x t.c. $x - [x] \in \left[\frac{2}{7}, \frac{3}{5}\right]$
scegliendo $x \in \mathbb{R}$ a caso.

parte decimale di x .

parte intera di x

Parti dei suoi possibili: $[0, +)$
Favorevoli $x \in \left[\frac{2}{7}, \frac{3}{5}\right]$

$$p = \frac{3}{5} - \frac{2}{7} = \frac{11}{35}$$

[6] Calcolare prob. condz.

[9] lanciando un dado esce dispari sapendo che non è uscito 1.

I. D = esce dispari
 $\bar{U}$ = esce 1
 $\text{non}(U)$ = non esce 1.

$$p(D | \text{non}(U)) = \frac{p(D \text{ e } \text{non}(U))}{p(\text{non}(U))}$$

$$= \frac{\frac{2}{6}}{1 - p(0)} = \frac{\frac{2}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{2}{5}$$

$$\text{II. } \frac{\text{Casi Fav}}{\text{Casi Poss}} = \frac{\# \{3, 5\}}{\# \{2, 3, 4, 5, 6\}} = \frac{2}{5}$$

[6] Primo estratto tabelle multiple 7
 secondo due le 2 cifre e primo dispari -

Casi possibili:

$10, \dots, 19$, $30, \dots, 39$, $50, \dots, 59$, $70, \dots, 79$, 90
10 10 10 10 1

Casi fav:

14

35

56

70, 77

5

$\frac{5}{41}$

41

(c) (d) (e)

avere ? figure in prime mano secondo ?

(c) ... 3 ... numero 2

(d) ... numero 2 ... numero 1

(e) ... 2 ... numero 1

$$z = \frac{28}{40} \cdot \frac{27}{39} \cdot \frac{26}{38}$$

1
0 fig

$$u = 3 \cdot \frac{12}{40} \cdot \frac{28}{39} \cdot \frac{27}{38}$$

1
1 fig

$$d = 3 \cdot \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} \cdot \frac{28}{38}$$

1
2 fig

$$t = \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} \cdot \frac{10}{38}$$

1
3 fig

In generale:
$$p(E|F) = \frac{p(E \cap F)}{p(F)}$$

ma nei casi in esame $E \cap F = E$.

(c)
$$\frac{t}{d+t}$$

(d)
$$\frac{d+t}{u+d+t}$$

(e)
$$\frac{d}{u+d+t}$$

[8] Calcolare $\mu(X)$, $\sigma^2(X)$:

Q 5 monete italiane, tra le 2 € , due da 1 € ;
estraggo una ; $X =$ somma estratta .

$$\mu(X) = \frac{3}{5} \cdot 2 + \frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{8}{5}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2(X) &= \mu(X^2) - \mu(X)^2 \\ &= \frac{3}{5} \cdot 4 + \frac{2}{5} \cdot 1 - \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{14}{5} - \frac{64}{25} = \frac{6}{25}\end{aligned}$$

(b) 5 monete in tasca, tre da 2 € due da 1 €
estraggo 2; X = somma estratta -

$$\mu(\text{una moneta}) = \frac{8}{5} \quad ; \quad \mu(\text{due monete}) = \frac{16}{5}$$

$$\begin{aligned} \mu(X) &= \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \right) \cdot 4 + \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot 3 + \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \right) \cdot 2 \\ &= \frac{6 + 9 + 1}{5} = \frac{16}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma^2(X) &= \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}\right) \cdot 16 + \left(2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}\right) \cdot 9 + \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot 4 - \left(\frac{16}{5}\right)^2 \\ &= \frac{9}{25}\end{aligned}$$

[d] lancio due dadi; X = punteggio più basso uscito.

Eventi per lancio 2 dadi sono 36:

$$p(X=6) = p((6,6)) = \frac{1}{36}$$

$$p(X=5) = p((5,5), (5,6), (6,5)) = \frac{3}{36}$$

$$p(X=4) = p((4,4), (4,5), (4,6), (5,4), (6,4)) = \frac{5}{36}$$

$$p(X=3) = \frac{7}{36}$$

$$p(X=2) = \frac{9}{36}$$

$$p(X=1) = \frac{11}{36}$$

$$Q_{SS} = \frac{1}{36} (\underset{-}{1} + \underset{-}{3} + \underset{-}{5} + \underset{-}{7} + \underset{-}{9} + \underset{-}{11}) = 1$$

$$\begin{aligned} \mu(X) &= \frac{11}{36} \cdot 1 + \frac{9}{36} \cdot 2 + \frac{7}{36} \cdot 3 + \frac{5}{36} \cdot 4 \\ &\quad + \frac{3}{36} \cdot 5 + \frac{1}{36} \cdot 6 = \dots \end{aligned}$$

$$\sigma^2(X) = \dots$$