Alg Lin 5. 12. 2018

7.1.6 $\quad E \subset \mathbb{R}^3$

$$E : \begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -5 + 7t \\ z = 3 + 5t \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}}_{v_0} + t \underbrace{\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}}_{v_1}$$

$\dim E = 1$

$$E_0 = \mathrm{Span}\langle v_1 \rangle = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; \begin{matrix} 7x + 2y = 0 & (1) \\ 5x - 2z = 0 & (2) \end{matrix} \right\}$$

valuto (1) e (2) su v_0.

$$7 \cdot 4 + 2(-5) = 18$$
$$5 \cdot 4 - 2 \cdot 3 = 14$$

$$E : \begin{cases} 7x + 2y = 18 \\ 5x - 2z = 14 \end{cases}$$

7.19 $\quad E : \; 5x - 12y + 10z = 2 \subset \mathbb{R}^3$

$\dim E = 2$

base di E_0 : $\begin{array}{cc} v_1 & v_2 \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \end{array}$

con a, b tc $5x - 12y + 10z = 0$

v_1 . $5 + 10a = 0$ $a = -\frac{1}{2}$

v_2 $-12 + 10b = 0$ $b = \frac{6}{5}$

$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 6/5 \end{pmatrix}$

Cerco v_0 nella forma $(x, 0, 0)$

e l'eq affine ottengo $5x = 2$

$\Rightarrow v_0 = \left(\frac{2}{5}, 0, 0\right)$

$E : v_0 + t_1 v_1 + t_2 v_2 \quad t_1, t_2 \in \mathbb{R}$

7.5.10 $\quad E \subset \mathbb{R}^3$

$$E : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \overset{v_0}{\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -7 \end{pmatrix}} + \overset{v_1}{\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}} t + \overset{v_2}{\begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ -7 \end{pmatrix}} s \qquad t, s \in \mathbb{R}$$

sono indip.

$\dim E = 2$

Cerco eq omogenea per

$\mathrm{span}(v_1, v_2)$:

$$\det \begin{pmatrix} 2 & 5 & x \\ 5 & 3 & y \\ 4 & 7 & z \end{pmatrix} = 0$$

$$23x + 6y - 19z = 0$$

Cambio la costante per avere un'eq. affine che sia verificata da v_0

$23 \cdot (3) + 6(6) - 19(-7) =$

$69 + 36 + 133 = 238$

$E : \quad 23x + 6y - 19z = 238$

7.1.12 $\qquad E \subset \mathbb{R}^3$

$$E : \begin{cases} 5x + 3y - 2z = 1 \\ 3x - 2y + 4z = -3 \\ x - 7y + 10z = 7 \end{cases} \qquad E = \emptyset \, ?$$

$$\det\begin{pmatrix} 5 & 3 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -7 & 10 \end{pmatrix} = 0$$

$$\det\begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 3 & -2 & -3 \\ 1 & -7 & 7 \end{pmatrix} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad E = \emptyset$$

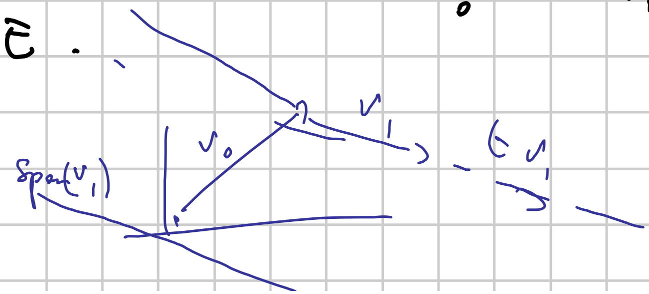
7.1.13 $\quad E \subset \mathbb{R}^3$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}}_{v_0} + \underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}}_{v_1} t$$

$\dim E = 1$

eq. pa $\operatorname{span}(v_1) = E$.

$$\begin{cases} 3x + 2z = 0 \\ 3y + 5z = 0 \end{cases}$$



Eq per E.

$$\begin{cases} 3x + 2z = 3\cdot 1 + 2\cdot 4 = 12 \\ 3y + 5z = 3\cdot(-3) + 5\cdot 4 = 11 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad t \in \mathbb{R} \qquad E_0$$

7.1.14

$$E: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}}_{v_0} + \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}}_{v_1} t + \underbrace{\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}}_{v_2} s$$

OSS. v_1, v_2 sono lin. indip

$\dim \operatorname{span}(v_1, v_2) = 2 \Rightarrow \dim E = 2$

Cerco una eq lin che si annulli in E_0

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ ॥

$$\det \begin{array}{c} \begin{matrix} v_1 & v_2 & \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & -2 & x \\ 2 & -5 & y \\ -2 & 3 & z \end{pmatrix} \end{array} = 0$$

questa condizione mi dice che $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ è dip. dai v_1, v_2

$\operatorname{span}(v_1, v_2)$

$-4x - 7y - z = 0$ è l'eq. di E_0

$-4x - 7y - z = -4 \cdot (1) - 7(3) - 1(4) = -29$

coord x, y, z di v_0

7.1.16 $\quad E \subset \mathbb{R}^3$

$$E: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underset{v_0}{\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}} + \underset{v_1}{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}} t + \underset{v_2}{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}} s + \underset{v_3}{\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}} u$$

$t, s, u \in \mathbb{R}$.

$\dim E = ?$

$\dim E = \dim \text{Span}(v_1, v_2, v_3)$

OSS $\quad v_3 = v_1 + v_2 \quad$ (o calcolo $\det(v_1\ v_2\ v_3) = 0$

e v_1, v_2 sono l.i.)

$\Rightarrow \text{Span}(v_1, v_2, v_3) = \text{Span}(v_1, v_2) \Rightarrow \dim E = 2$

Posso dimenticare v_3.

$$E : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \underset{v_0}{\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}} + \underset{v_1}{\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}} t + \underset{v_2}{\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}} s$$

$t, s \in \mathbb{R}$

eq per E_0:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ -2 & 3 & y \\ 5 & -2 & z \end{pmatrix} = 0 \quad \text{cioè} \quad -11x + 7y + 5z = 0$$

eq per E:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ -2 & 3 & y \\ 5 & -2 & z \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$-11x + 7y + 5z = 49$ $= (-11)(-1) + 4\cdot(7) + 5\cdot(2)$

è l'espressione di SX valutata in $(-1, 4, 2)$

7.1.18 $E \subset \mathbb{R}^4$

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z + 5w = 7 \\ 3x - 5y + 7z + 2w = -1 \end{cases}$$

rk $= 2$ perché $2\cdot(-5) - 3\cdot 3 = -19 \neq 0$

$\dim E = 4 - 2 = 2$

cerco generatori di E_0 nella forma:

$$v_1 = (x_1, y_1, 1, 0)$$

$$v_2 = (x_2, y_2, 0, 1)$$

$-4\cdot 1 + 5\cdot 0$

Per v_1: $\begin{cases} 2x_1 + 3y_1 - 4 = 0 \\ 3x_1 - 5y_1 + 7 = 0 \end{cases}$ $\qquad x_1 = \dfrac{20 - 21}{19}$

$7\cdot 1 + 2\cdot 0$ $\qquad y_1 = \dfrac{12 + 14}{13}$

$-4\cdot 0 + 5\cdot 1$

Per v_2: $\begin{cases} 2x_2 + 3y_2 + 5 = 0 \\ 3x_2 - 5y_2 + 2 = 0 \end{cases}$

$7\cdot 0 + 2\cdot 1$ ....

v_0 lo cerco nella forma

$$(x_0, y_0, 0, 0)$$

$$\begin{cases} 2x_0 + 3y_0 = \boxed{7} \\ 3x_0 - 5y_0 = \boxed{-1} \end{cases}$$

costanti delle eq. non omogenee che avevo all'inizio