

Matematiche e statistiche 12/12/17

128(11/17)

① Quanti modi ... ?

(a) Lancio due dadi uguali

$$6 + \binom{6}{2} = 6 + \frac{6 \cdot 5}{2} = 21$$

(b) Lancio due dadi diversi

36

(c) Estimazione 3 bilie da urne con 2 bianche
897 rosse

3

(d) Anagrammi di "cane"

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

(e) Anagrammi di "gatto"

$$5! / 2 = \dots$$

(7) Mani iniziati per una a briscola

$$\binom{40}{3} = \frac{40 \cdot 39 \cdot 38}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \dots$$

(8) Mani iniziati per una e briscola:

$$\binom{40}{3} \cdot \binom{37}{3}$$

(h) Mai viz. e briscale

$$40 \cdot \binom{39}{3} \cdot \binom{36}{3}$$

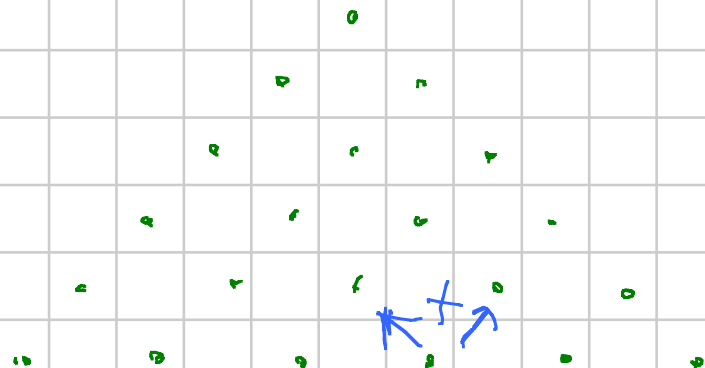
② (a) coeff. di $a^7 \cdot b^4$ in $(a+b)^{11}$

$$\binom{11}{7} = \binom{11}{11-7} = \binom{11}{4} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \dots$$

(b) $\binom{m-1}{k-1} + \binom{m-1}{k} = \binom{m}{k}$

$$\frac{(m-1)!}{(k-1)!(m-k)!} + \frac{(m-1)!}{k!(m-k-1)!} = \frac{(m-1)!}{(k-1)!(m-k-1)!} \cdot \left(\frac{1}{m-k} + \frac{1}{k} \right)$$

3
 0
 1
 2
 3
 4
 5



$$\frac{n}{k \cdot (n-k)}$$

$$= \frac{n!}{k! (n-k)!} = \checkmark$$

(c)

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

$$(1+1)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^k \cdot 1^{n-k}$$

$$2^m$$

$$\sum_{k=0}^m \binom{m}{k}$$

③ Calcolare probabilità di ...

(a) Uscite multiple 7 come primo estratto Tombola

7, 14, ..., 70, 77, 84

$$\Rightarrow p = \frac{12}{90}$$

(b) Uscite numeri con somma 5 come primo 2 o total

$$1,4 \quad 2,3 \quad \Rightarrow p = \frac{2}{\binom{90}{2}} = \frac{2}{\frac{90 \cdot 89}{2 \cdot 1}} = \dots$$

(c) Somma 9 lanciando 2 dadi

$$3,6, \quad 4,5 \quad 5,4 \quad 6,3 \Rightarrow p = \frac{4}{36}$$

(d) Avere solo bello in prima mano a scopo

$$\frac{\binom{39}{2}}{\binom{40}{3}} = \dots$$

(e) Avere 3 carte dello stesso seme in prima mano a scopo

$$1 \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38}$$

(f) Vincere un turno e un'interazione del lotto

$$\frac{\binom{2}{87}}{\binom{90}{5}}$$

④ Scommesse eque e rincarico, puntando k ,
 $\frac{1}{p} \cdot k$ in caso di vincita.

(a) almeno una figura pescando 2 carte da un mazzo da 52

Scenario: prob. di avere esattamente una
+ prob. di avere due

= (le premier est figure, le second non
+ le premier non est figure, le second si)
+ deux figures

$$= \frac{12}{52} \cdot \frac{40}{51} + \frac{40}{52} \cdot \frac{12}{51} + \frac{12}{52} \cdot \frac{11}{51}$$

$$= \frac{1}{52 \cdot 51} (2 \cdot 12 \cdot 40 + 12 \cdot 11) = \frac{7}{17}$$

Funbo: 1 - prob. di due no figure

$$= 1 - \frac{40}{52} \cdot \frac{39}{51} = \frac{7}{17}$$

(b) esattamente una figura su due:

$$2 \cdot \frac{40 \cdot 12}{52 \cdot 51}$$

(c) Somme pari tirando 100 dad-

$$\text{Squissius} : \frac{\text{cont. gli eventi favorevoli}}{6^{100}} = \text{complicato}$$

$$\text{Turbo: } \frac{1}{2}$$

(d) una bisciola in prima mano.

$$p = \text{prob. I bisciola, II no, III no} \\ + \text{I no, II si, III no}$$

$$+ \text{I no, II no, III si}$$

$$= \frac{9}{39} \cdot \frac{30}{38} \cdot \frac{29}{37} + \frac{30}{39} \cdot \frac{9}{38} \cdot \frac{29}{37} \\ + \frac{30}{39} \cdot \frac{29}{38} \cdot \frac{9}{37}$$

$$= 3 \cdot \frac{3}{38} \cdot \frac{30}{38} \cdot \frac{20}{37} = \dots$$

(e) tiro 12 dadi, tre punteggi > 2

$$\binom{12}{3}^3$$

(f) prob. che su 23 persone a cui
2 compiono anni ~~stessa~~ giorno

Evento contrario: compiono gli anni tutti
in giorni diversi!

$$\Rightarrow p = 1 - \underset{1^a}{1} \cdot \underset{2^a}{\frac{364}{365}} \cdot \underset{3^a}{\frac{363}{365}} \cdots \frac{343}{365}$$

$$= 50.73 \%$$

Foglio 12/12.

① Calcolare prob.

(a) Usate multiple $5 \cdot 7$ scegliendo intero e
caso

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{35} = \frac{11}{35}$$

(b) Uscite di un intero scegliendo un razionale e caso.

0

(c) Scegliendo $x \in \mathbb{R}$ a caso, uscite di x con

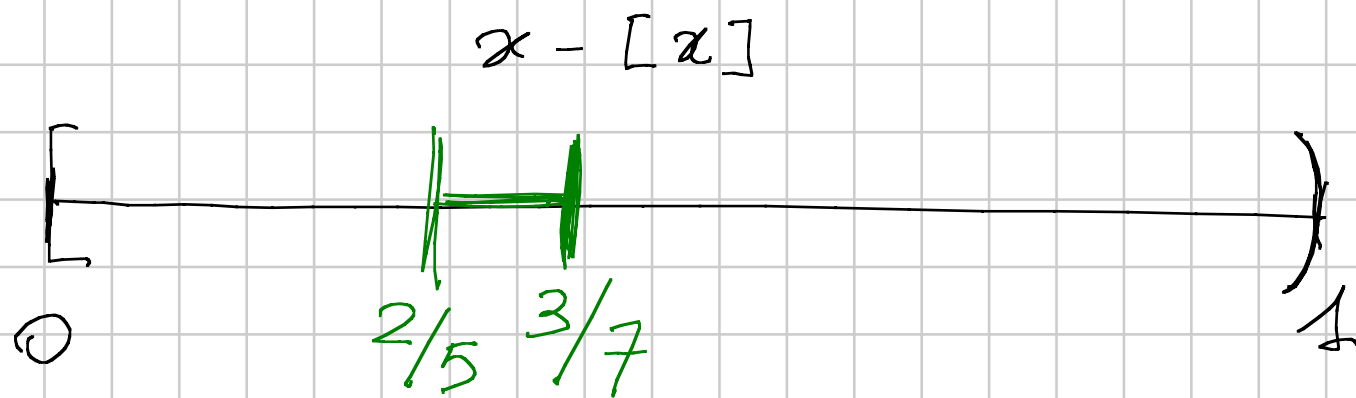
$$x - [x] \in \left[\frac{2}{5}, \frac{3}{7} \right]$$

parte fratz.
(dopo la virgola)

parte intera
(prima della virgola)

$$x = 17.892$$

$$x - [x] = 17.892 - 17 = 0.892$$



$$p = \frac{3}{7} - \frac{2}{5} = \frac{1}{35}$$

(3) Calcolare le seguenti prob. condizionate

(a) Uscite pari di un dado, sapendo che non è uscito 1

$$P = \frac{\text{uscite pari tra } \begin{array}{|c|} \hline 1 \cdot 2 \\ \hline \end{array} \text{ e } \begin{array}{|c|} \hline 2 \cdot 2 \\ \hline \end{array}}{\text{uscite tra } \begin{array}{|c|} \hline 1 \cdot \\ \hline \end{array} \text{ e } \begin{array}{|c|} \hline 1 \cdot 1 \cdot \\ \hline \end{array}}$$

E = prob. uscite pari

F = prob. non uscite 1

Oss: $E \cap F = E$

$$p(E|F) = \frac{p(E \cap F)}{p(F)} = \frac{p(E)}{p(F)} = \frac{1/2}{5/6} = \frac{3}{5}$$

(b) Primo estratto e tumbola pari, secondo che è multiplo di 17

• event. possib. 17, 34, 51, 68, 85

event. fav. 34, 68

$$\Rightarrow p = \frac{2}{519}$$

• $E = \text{pari}$

$$F = \text{mult. d. 17}$$

$$E \cap F = \text{mult. d. 34}$$

$$p(E|F) = \frac{p(E \cap F)}{p(F)} = \frac{\frac{2}{90}}{\frac{5}{90}} = \frac{2}{5}$$

$(c + d + e)$

Calcoliamo la prob. p_k che nella prima mano a briscola io abbia k briscole:

$$p_0 = \frac{30}{39} \cdot \frac{29}{38} \cdot \frac{28}{37}$$

$$p_2 = 3 \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} \cdot \frac{30}{37}$$

$$p_1 = 3 \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{30}{38} \cdot \frac{29}{37}$$

$$p_3 = \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} \cdot \frac{7}{37}$$

$$(\underline{Oss}: p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1)$$

(c) prob. di avere 3 biscotti separato che ne ho almeno 2.

$$\frac{p_3}{p_3 + p_2}$$

(d) prob. di avere almeno 2 biscotti, sapendo che ne ho almeno uno.

$$\frac{p_2 + p_3}{p_1 + p_2 + p_3}$$

(c) esattamente 2 biscotti quando almeno uno

$$\frac{p_2}{p_1 + p_2 + p_3}$$

⑤ Calcolare valor medio atteso e varianza di X

(a) In tasca uscite: $2 \times 2 \in + 1 \times 1 \in$

Estimazione vera; X = somma estratta.

$$\bullet \mu_X = \frac{2}{3} \cdot 2 \text{ €} + \frac{1}{3} \cdot 1 \text{ €} = \frac{5}{3} \text{ €}$$

"
valore medio delle
monete che ho in tasca

$$\bullet \sigma_X = \sqrt{\mu_{X^2} - (\mu_X)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3} \cdot 4 \text{ €}^2 + \frac{1}{3} \cdot 1 \text{ €}^2 - \left(\frac{5}{3} \text{ €}\right)^2}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \text{€}$$

(b) Stessa situa.: estraggio 2 monete

$$\mu_X = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot (2\text{€} + 2\text{€}) + \left(2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) (2\text{€} + 1\text{€})$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 4 \text{ €} + \frac{2}{3} \cdot 3 \text{ €} = \frac{10}{3} \text{ €}$$



2 x valore medio delle
monete

(d) Lancio di due dadi; X = punteggio più alto
uscito

$$\mu_X = 1 \cdot \frac{1}{36} + 2 \cdot \frac{2}{36} + 3 \cdot \frac{3}{36} + 4 \cdot \frac{4}{36} + 5 \cdot \frac{5}{36} + 6 \cdot \frac{6}{36}$$

hätte summe 1



1,3 2,3 3,3 3,1 3,2

1,4 2,4 3,4 4,4 4,1 4,2 4,3

= ...