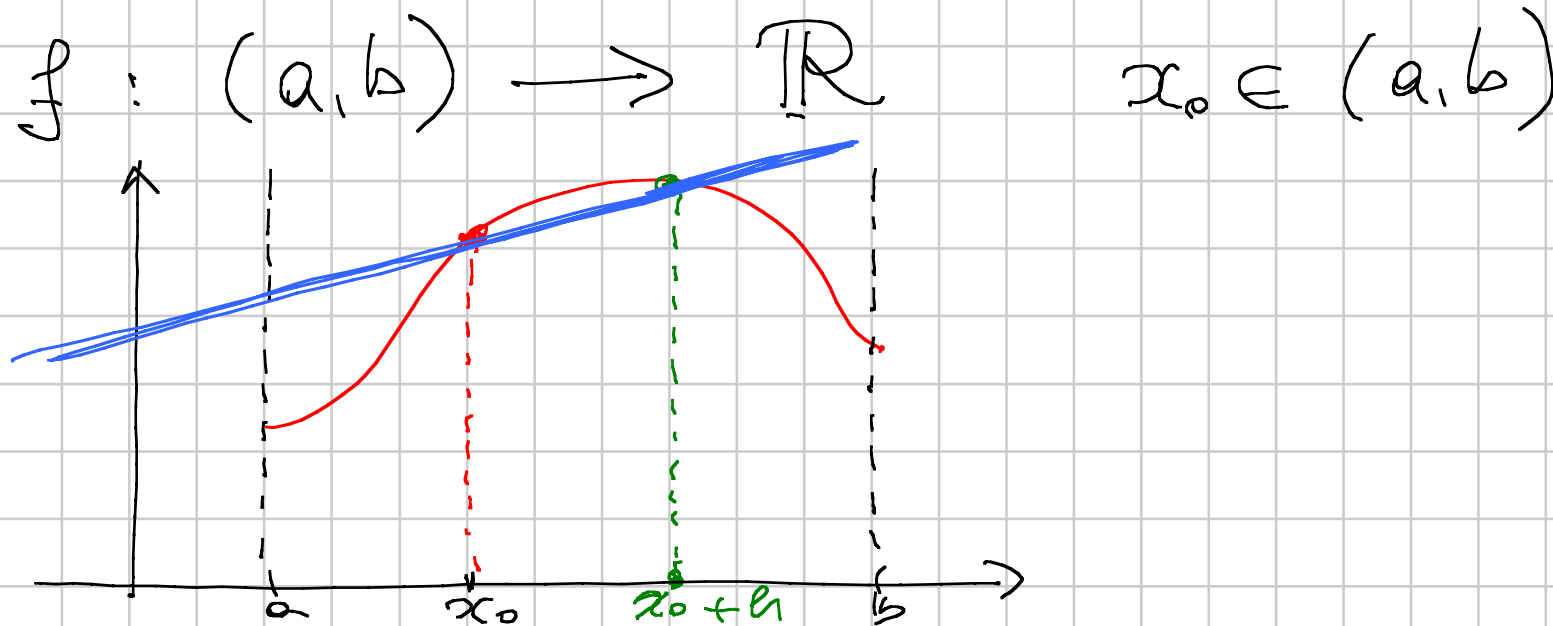


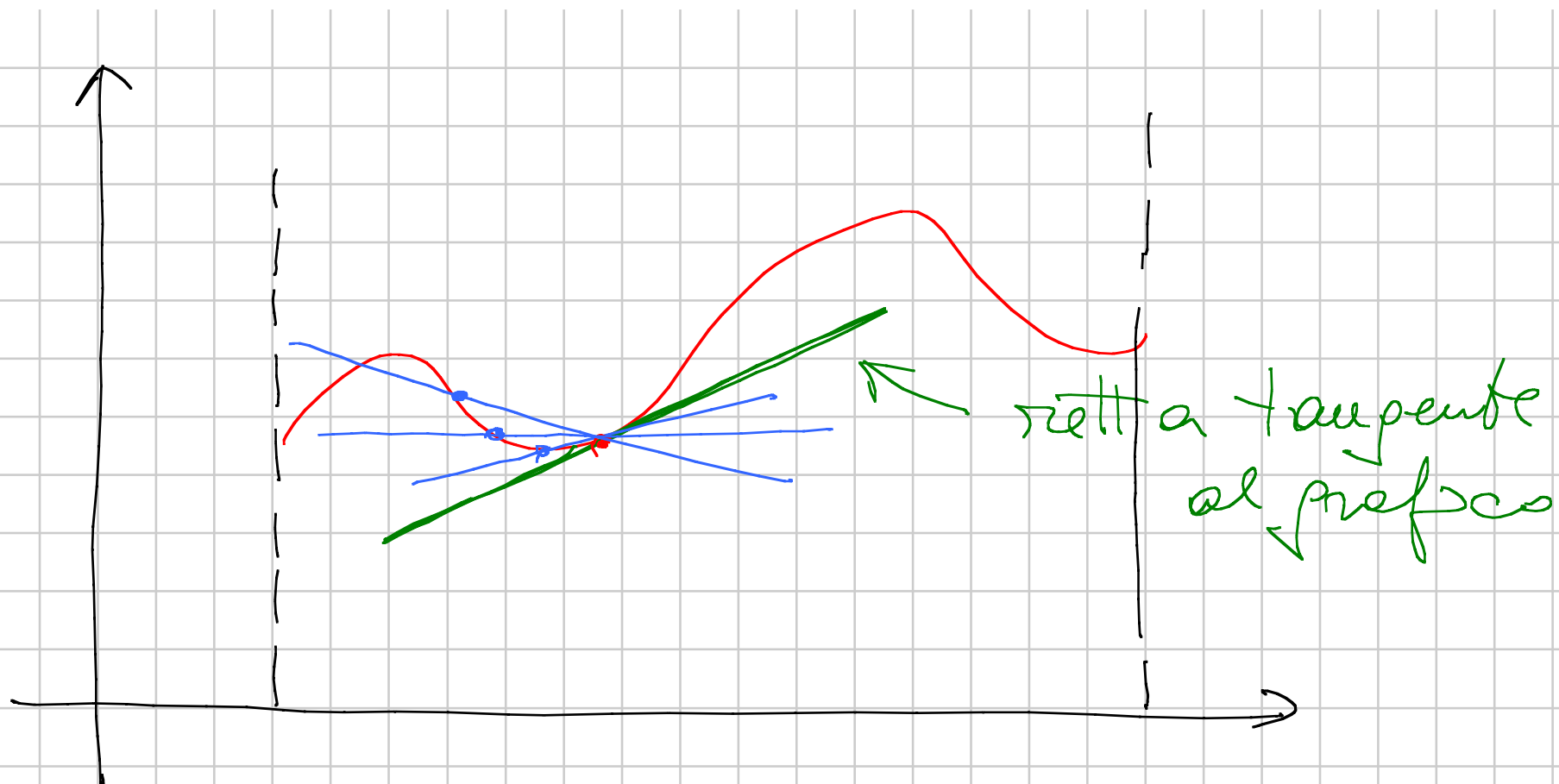
Matematica e statistica 7/11/17 - II

Derivata

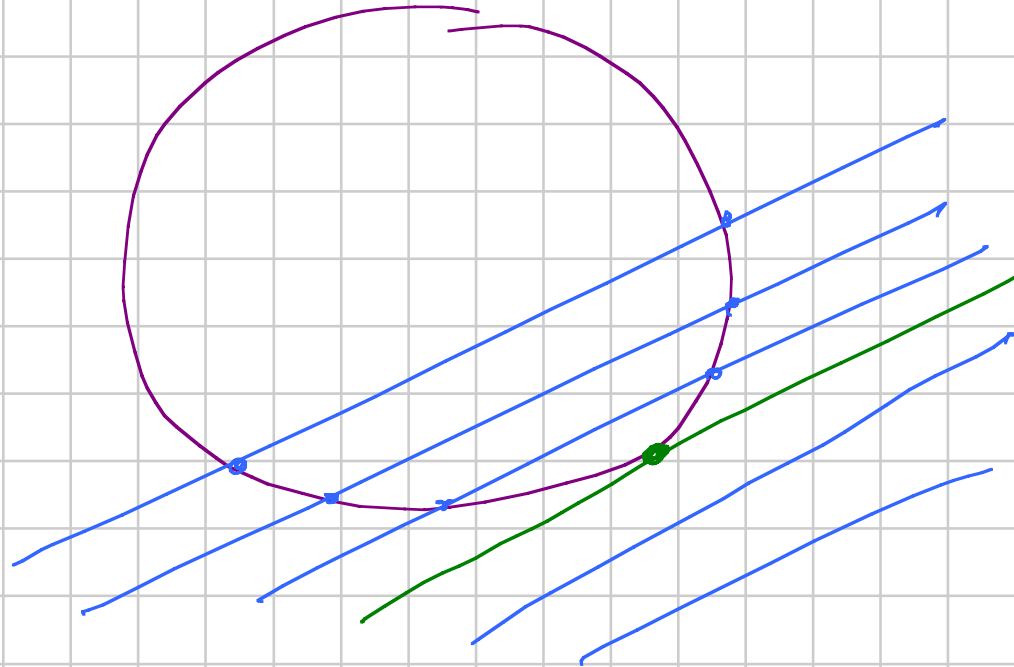


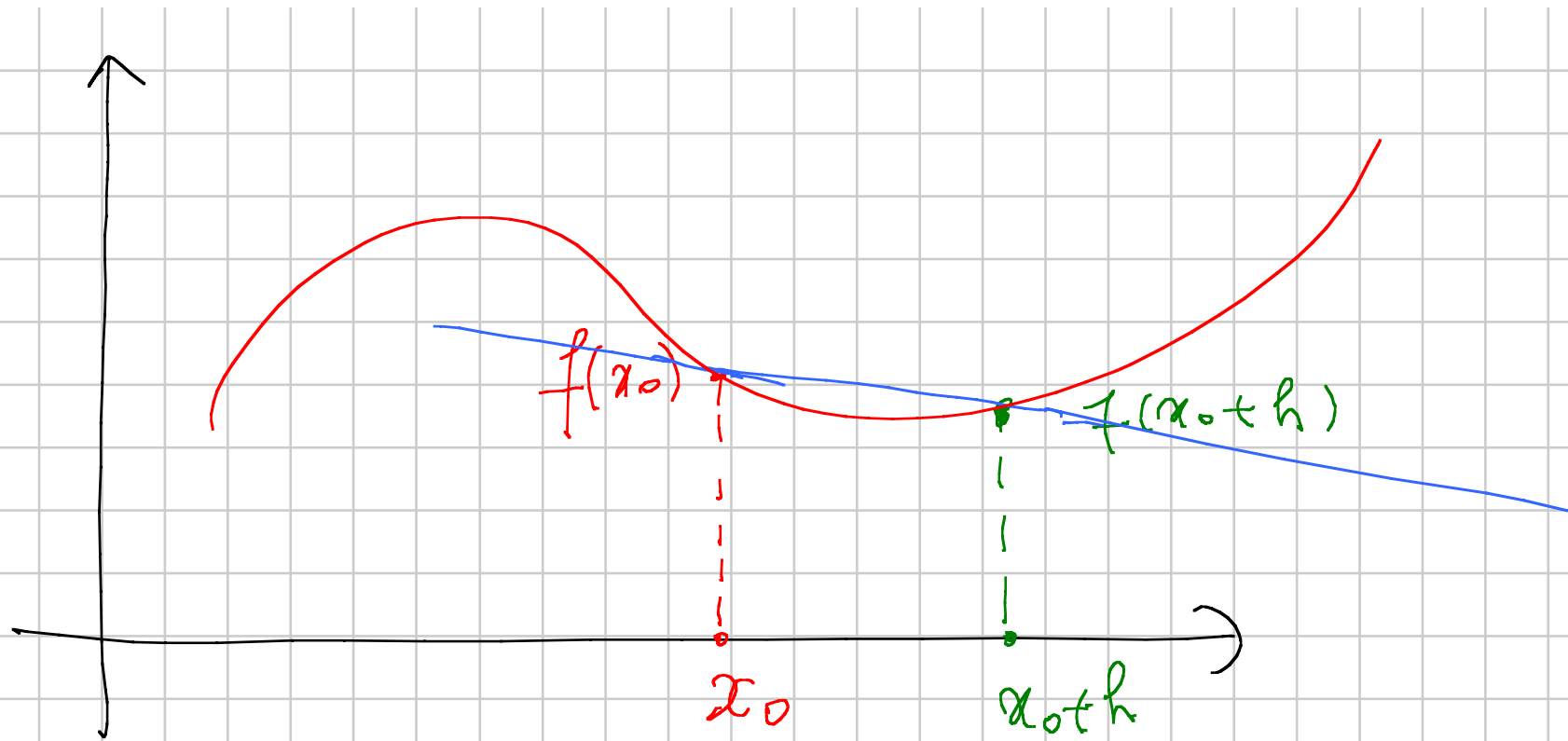
- prendiamo un altro punto $x_0 + h$ vicino a x_0
(cioè h piccolo)
- prendiamo la retta passante per i pti del
profilo di f di ascisse x_0 e $x_0 + h$.

IDEA: per $h \rightarrow 0$ queste rette tendono
(se tutto va bene) a una retta con
"contatto doppio" con il profilo



Es:





Retta per due punti (x_0, y_0) , (x_1, y_1) :

$$\frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Secante:

$$\frac{y - f(x_0)}{f(x_0 + h) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{(x_0 + h) - x_0}$$

cioè

$$y = \underbrace{\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}} \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

coeff. angolare della tangente

Def: se $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ esiste, chiamo
il suo valore $f'(x_0)$, detto derivata di f
in x_0 . (e dico che f è derivabile in x_0).

FATTO: se f è derivabile in x_0
allora ha tangente al grafico di f

nel pto di ascisse x_0 ha equaz
$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0).$$

Esempio: Per ogni $n \in \mathbb{N}$, la funzione
 $f(x) = x^n$ è derivabile e ha
derivata $n \cdot x^{n-1}$.

Spiegazione:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\overbrace{(x+h) \cdots (x+h)}^n - x^n}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x^n} + n h x^{n-1} + ? h^2 x^{n-2} + ? h^3 x^{n-3} \cdots \cancel{-x^n}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\underbrace{n \cdot x^{n-1}}_{n \cdot x^{n-1}} + h \cdot \underbrace{\left(? \cdot x^{n-2} + ? h x^{n-3} + \dots \right)}_{0} \right)$$

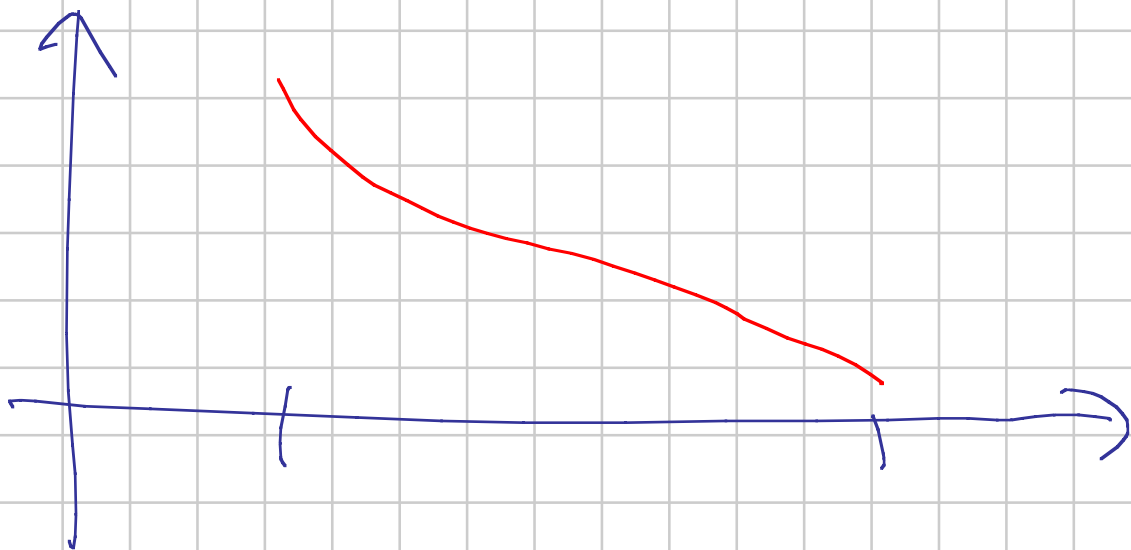
ΔL

$$= n \cdot x^{n-1}$$

Ricordo: f è crescente su un intervallo (c, d)
se $f(x_1) < f(x_2) \quad \forall x_1 < x_2$
in (c, d)

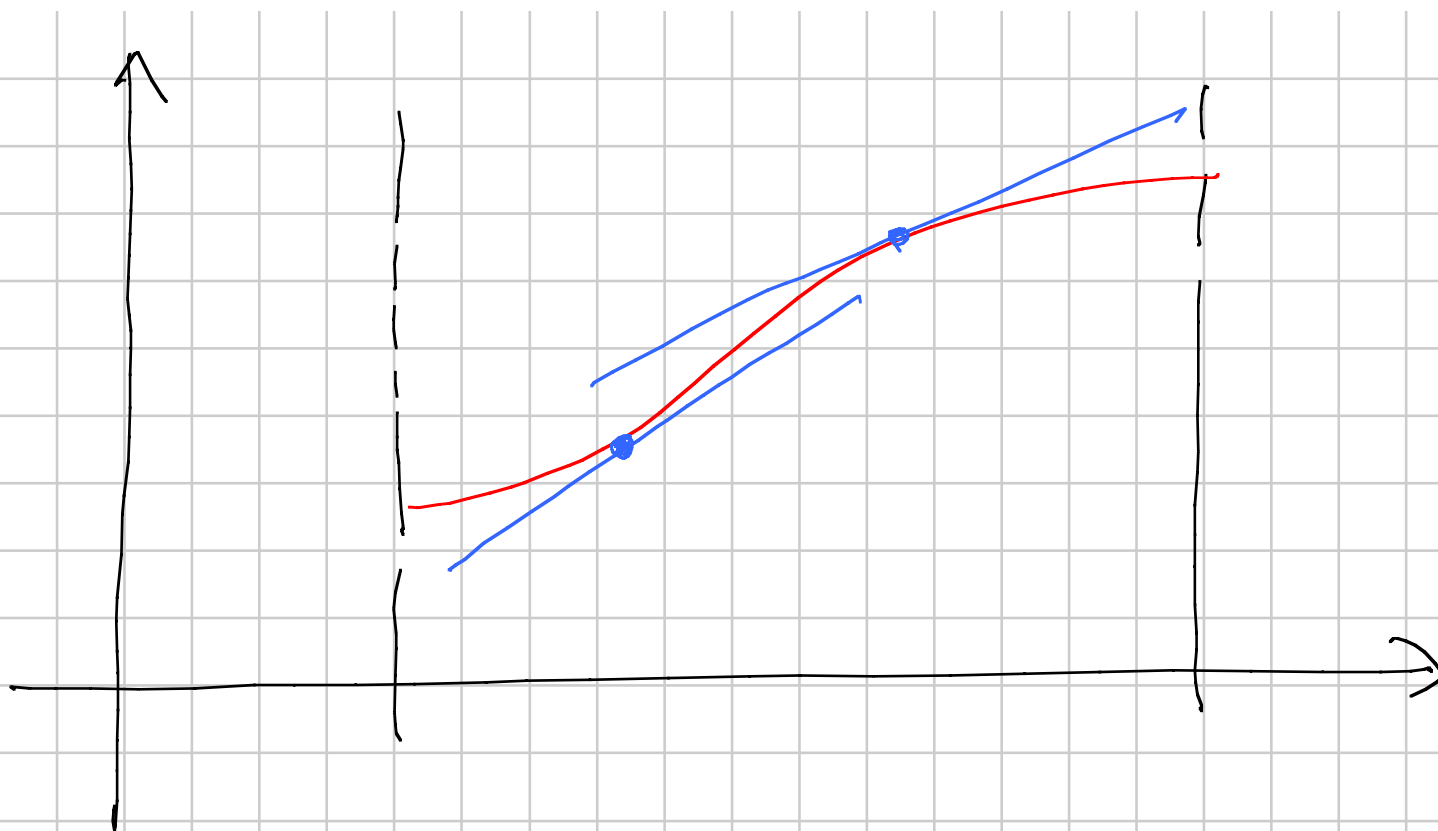


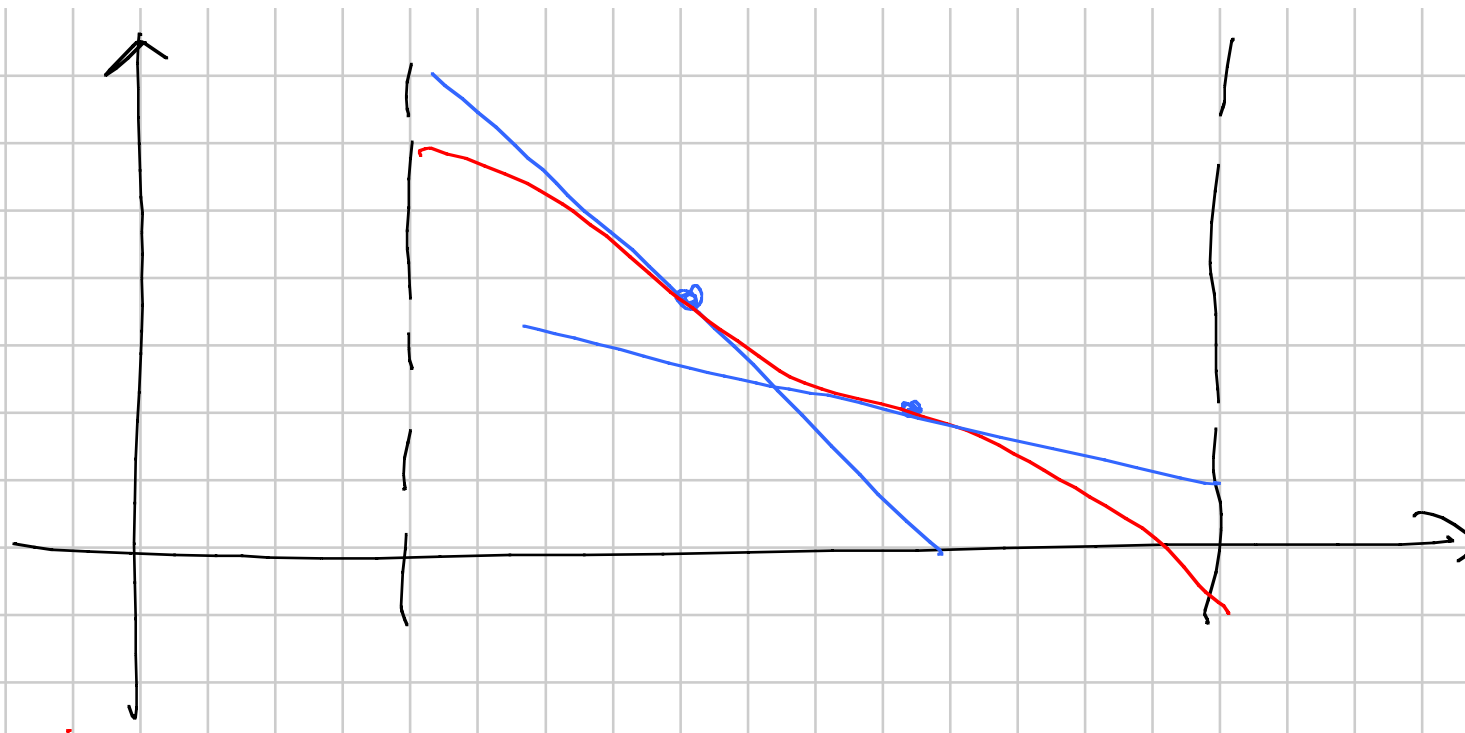
f decrescente se $f(x_1) > f(x_2)$
 $\forall x_1 < x_2$



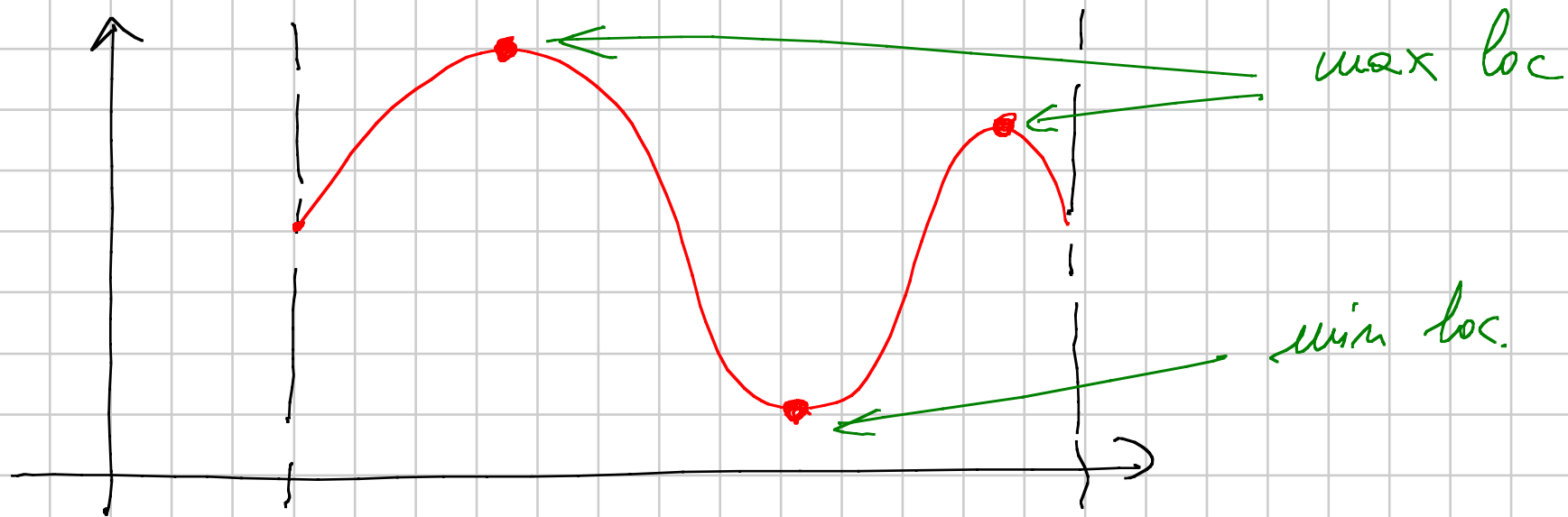
Fatti : • se $f'(x_0) > 0$ allora
vicino a x_0 la f è crescente

- se $f'(x_0) < 0$ allora vicino a x_0 è decrescente
- se $f'(x) > 0$ su (c, d) allora f è
crescente su (c, d)
- se $f'(x) < 0$ ————— decrescente



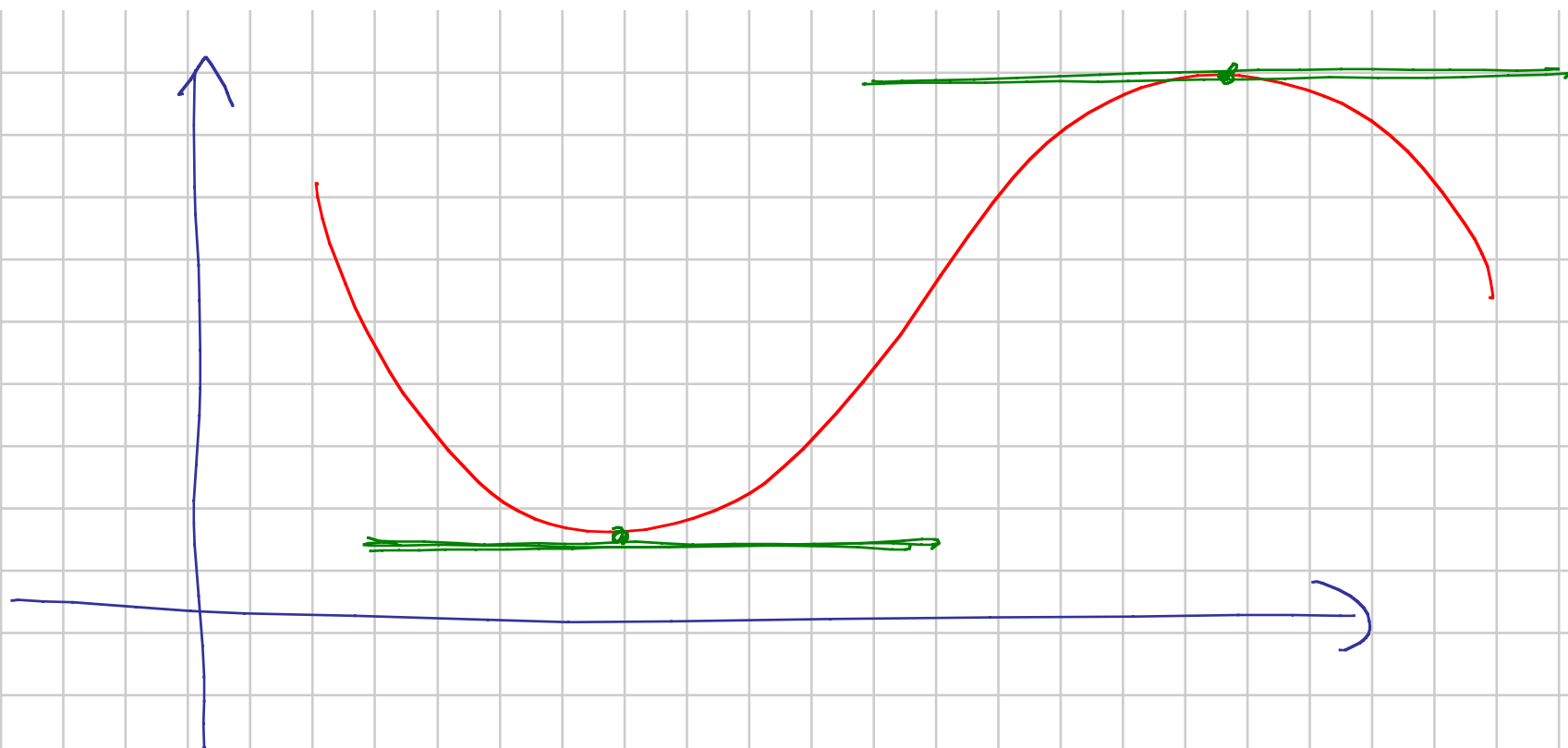


Def: diciamo che f ha un massimo locale
nel punto x_0 se $f(x) \leq f(x_0)$ per
 x abbastanza vicino a x_0 :



Oss: se f cresce o decresce vicino a x_0
allora in x_0 non ha né max né
min locale.

Dunque: nei pt di max o min loc,
se f è derivabile, si ha che $f' = 0$,
ovvero il grafico di f ha tangente
orizzontale.



Oss: • la somma di funzioni derivabili è derivabile e $(f + g)' = f' + g'$

• un multiplo numerico di una funt derivabile lo è e $(k \cdot f)' = k \cdot f'$

• dunque sappiamo derivare i polinomi:

$$(7 - 3x + 4x^2 + 5x^3 + \sqrt{3} \cdot x^4$$

$$= 0 - 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \cdot x^{2-1} + 5 \cdot 3 \cdot x^{3-1} + \sqrt{3} \cdot 4 \cdot x^{4-1}$$

$$= -3 + 8x + 15x^2 + 4\sqrt{3}x^3$$