

23/11/17

ES: 6, 2, 15 -

$$\det \begin{pmatrix} 5 & 4 & 6 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & -7 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & -5 \end{pmatrix} =$$

$$= \det \begin{pmatrix} 0 & 14 & 16 & 17 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & 7 \\ 0 & 7 & 10 & 4 \end{pmatrix} = 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 14 & 16 & 17 \\ -3 & 1 & 7 \\ 7 & 10 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$I \rightarrow I + 5II$$

$$III \rightarrow III + 2II$$

$$IV \rightarrow IV + 3II$$

Laplace
I column

$$I \rightarrow I - 16II$$

$$III \rightarrow \widetilde{III} - 10II$$

$$= \det \begin{pmatrix} 62 & 0 & -95 \\ -3 & 1 & 7 \\ 37 & 0 & -66 \end{pmatrix} = \det \begin{vmatrix} 62 & -95 \\ 37 & -66 \end{vmatrix}$$

$$= -66 \cdot 62 + 95 \cdot 37 = -577$$

↗

$$6 \cdot 2 \cdot 16$$

$$\det \begin{pmatrix} 0 & t & \boxed{1} & \boxed{2} \\ 1-t & 2 & 3 & -6 \\ 2 & -2t & \boxed{1} & \boxed{-2} \\ 3 & 0 & 2 & t+1 \end{pmatrix} =$$

che la formula con le permutazioni vediamo
 che il $\det$ è un pol di grado ≤ 3
 in t

$$= \det \begin{pmatrix} 0 & t & -1 & 2 \\ 1-t & 2 & 3 & -6 \\ 2 & -t & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & t+1 \end{pmatrix} =$$

$$\text{III} \rightarrow \text{III} + \text{I}$$

sviluppo rispetto alla III riga:

$$= 2 \begin{vmatrix} t & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -6 \\ 0 & 2 & t+1 \end{vmatrix} + t \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1-t & 3 & -6 \\ 3 & 2 & t+1 \end{vmatrix} =$$

$$= 2t \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 2 & t+1 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & t+1 \end{vmatrix} + t \begin{vmatrix} 1-t & -6 \\ 3 & t+1 \end{vmatrix} +$$

$$2t \begin{vmatrix} 1-t & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \approx \dots$$

↳

$$6 \cdot 2 \cdot 2$$

$$(2) \quad \mathbb{R}^2 \ni v_1, v_2$$

$$A = (v_1, v_2) \quad \det(A) = -3$$

$$B = (3v_1 - 2v_2, -5v_1 + 4v_2), \quad \det(B)?$$

$$\begin{aligned}
\det B &= \det(3v_1, -5v_1 + 4v_2) + \\
&+ \det(-2v_1, -5v_1 + 4v_2) = 3 \det(v_1, -5v_1 + 4v_2) \\
&- 2 \det(v_1, -5v_1 + 4v_2) = \\
&= 3 \det(v_1, -5v_1) + 3 \det(v_1, 4v_2) + \\
&- 2 \det(v_1, -5v_1) - 2 \det(v_1, 4v_2) = \\
&= 3 \cdot 4 \det(A) + 10 \det(v_1, v_1) = \\
&= 12 \det(A) - 10 \det(A) = 2 \det(A) = -6
\end{aligned}$$

$$(c) \quad n = 3 \quad A = (v_1, v_2, v_3), \det A = -4$$

$$\begin{aligned} \det(B) &= \det(v_1 + 2v_2 - 3v_3, -v_2 + 2v_3, 7v_1 - 4v_2) = \\ &= \det(v_1 + 2v_2 - 3v_3, -v_2, 7v_1 - 4v_2) + \\ &\quad + 2 \det(v_1 + 2v_2 - 3v_3, v_3, 7v_1 - 4v_2) = \\ &= \det(v_1 - 3v_3, -v_2, 7v_1) + \\ &\quad + 2 \det(v_1 + 2v_2, v_3, 7v_1 - 4v_2) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \det(-3v_3, -v_2, 7v_1) + 2\det(v_1, v_3, -4v_2) \\
&\quad + 4\det(v_2, v_3, 7v_1) = \\
&= 21\det(v_3, v_2, v_1) + (-8)\det(v_1, v_3, v_2) \\
&\quad + 28\det(v_2, v_3, v_1) = \\
&= \det(A) [-21 + 8 + 28] = 15\det(A) = -60
\end{aligned}$$

$$\boxed{6-2-7} \quad (4 \ 2 \ 5 \ 3 \ 6 \ 1) \in S_6$$

Segno (wue) ?

$$\begin{aligned}
 (4 \ 2 \ 5 \ 3 \ 6 \ 1) &\rightarrow (1 \ 2 \ 5 \ 3 \ 6 \ 4) \rightarrow (1 \ 2 \ 3 \ 5 \ 6 \ 4) \\
 &\rightarrow (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 6 \ 5) \rightarrow (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6)
 \end{aligned}$$

La permutazione è **PARI** (ho fatto 4 passaggi)

6.2.8

$(5\ 4\ 1\ 7\ 2\ 3\ 6) \rightarrow (1\ 4\ 5\ 7\ 2\ 3\ 6) \rightarrow (1\ 2\ 5\ 7\ 4\ 3\ 6)$

$\rightarrow (1\ 2\ 3\ 7\ 4\ 5\ 6) \rightarrow (1\ 2\ 3\ 4\ 7\ 5\ 6)$

$\rightarrow (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 7\ 6) \rightarrow (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7)$

PAQ!!