

5/12/17 - esercitazione

6.3.4

$$\begin{cases} (1-t)x + 2y - 2z = 1 \\ (1+t)x + 3y + z = t \\ 7x + 12y + 2tz = -1 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1-t & 2 & -2 & 1 \\ 1+t & 3 & 1 & t \\ 7 & 12 & 2t & -1 \end{array} \right) \quad \leftarrow \text{B}$$

$$\det \begin{pmatrix} 1-t & 2 & -2 \\ 1+t & 3 & 1 \\ 7 & 12 & 2t \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 1-t & 2 & -2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 7 & 12 & 2t \end{pmatrix} =$$

al valore di $t \in \mathbb{R}$
che garantisce che
il sistema.

$$= \det \begin{pmatrix} 1-t & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 4 \\ 7 & 12 & 2t+12 \end{pmatrix} = 2 \det \begin{pmatrix} 1-t & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 7 & 12 & t+6 \end{pmatrix} =$$

$$= 2(1-t) [5(t+6) - 24] - 4 [2(t+6) - 14] =$$

$$= 10(1-t)(t+2)$$

$$\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow t \neq 1, -2$$

Se $t \neq 1, -2$, il sistema ha un'unica soluzione,

Se $t = 1$:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 0 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 7 & 12 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ -1 \end{array}$$

$$\text{rk}(A) = 2$$

$$\text{rk}(A|b) = ?$$

per il criterio degli zeri $\text{rk}(A|b) = 2 \Leftrightarrow$

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 7 & 12 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$= -2 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 12 \end{vmatrix} = -2(-9) + 24 - 21 = 21 \neq 0$$

$\Rightarrow \text{rk}(A|b) = 3 \neq \text{rk}(A) \Rightarrow$ il sistema non ha

soluzione.

$$t = -2 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & -2 \\ 7 & 12 & -4 & -1 \end{array} \right) \quad \text{rk}(A) = 2$$

Per il criterio degli zeri, devo guardare

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \\ 7 & 12 & -1 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 5 & 7 & -2 \\ 10 & 14 & -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \text{rk}(A|b) = 2 = \text{rk}(A) \quad \text{ho infinite sol.}$$

$$\underline{6.3.6} \quad (d)$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 & 7 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 8 & -5 & -1 \\ 4 & -6 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

Calcola i det. dei 4
minori che si ottengono
svoltando: $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & -2 \\ -6 & 1 & 9 \end{pmatrix} = -1 \det \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 9 \end{pmatrix} + 2 \det \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= -2 + 2 \cdot 1 = 0$$

$\rightarrow$
 $\Pi_c \in \mathbb{V} n.$

$$\det \begin{pmatrix} -5 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & -2 \\ 8 & -5 & -1 \end{pmatrix} = -\det \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} + 2 \det \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 8 & -5 \end{pmatrix} =$$

II c.   III c.

$$= -34 + 34 = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -1 & 0 & -2 \\ 2 & -5 & -1 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -5 & -1 \end{pmatrix} + 2 \det \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} =$$

$$= 34 + 2 - (-17) = 0$$



$$\det \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ -1 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & 9 \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 9 \end{pmatrix} + 2 \det \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= 2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{rk}(A) = 2.$$

$$\underline{6.3.4} \quad (e)$$

$$\vdash \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{rk}(A) \geq 2$$

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \swarrow \text{III} \text{ col.} \\ \\ \nwarrow \text{III} \end{matrix} = 1 \cdot 0 + 2 = 2 \neq 0 \Rightarrow \text{rk}(A) \geq 3$$

Due volute i det dei minori ottenuti aggruppando
la IV colonna e la IV oppure la V riga.

Si vede (fare l'esercizio) che entrambi sono $= 0$,

$$\Rightarrow \text{rk}(A) = 3.$$