UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Civile, Ambientale ed Edile

Geometria e Algebra Lineare / I parte — Scritto del 15/2/18 — Quesiti

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1. Determinare la base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^2$ tale che $[7e_1 + 8e_2]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $[-7e_1 + 30e_2]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2. Se $\mathbb{C}^{12} = W \oplus Z$ con Z di dimensione 7, e sono dati 9 generatori di W, quanti bisogna scartarne per avere una base di W?

3. Possono esistere in $\mathbb{R}^6$ sottospazî X, Y, Z con X e Y di dimensione 2, Z di dimensione 3, $X \cap Y = (X + Y) \cap Z = \{0\}$? Spiegare perché no oppure fare un esempio se sì.

4. Risolvere $\begin{cases} 4x + 3y - z = -5 \\ 5x - y - 2z = 1 \\ -7x + 9y + 4z = -13. \end{cases}$

5. Data $A = (v_1, v_2, v_3) \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ tale che $\det(A) = -\frac{1}{5}$, calcolare $\det(2v_1 + v_2, -v_1 + 2v_3, 4v_2 + v_3)$.

6. Calcolare i determinanti delle orlate di $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ in $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Posto $X = \mathrm{Span}(5e_1 + 3e_2 - e_3,\ 4e_1 + 2e_2 - 3e_3)$ e $Y = \mathrm{Span}(e_1 + e_2 + e_3)$, calcolare la proiezione su X di $6e_1 + 2e_2 + e_3$ rispetto alla decomposizione $\mathbb{R}^3 = X \oplus Y$.

Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato alla fine della prima ora. Durante la prima ora non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Durante la prima ora sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.

1. ♠ 2. ♡ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♡ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♡ 9. ♣ 10. ♢

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Civile, Ambientale ed Edile

Geometria e Algebra Lineare / I parte — Scritto del 15/2/18 — Esercizî

1.

(A) (punti)

(B) (punti)

(C) (punti)

(D) (punti)

(E) (punti)

2.

(A) (punti)

(B) (punti)

(C) (punti)

(D) (punti)

(E) (punti)

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria. Dall'inizio della seconda ora si possono consultare i libri di testo del corso, esclusivamente in originale e senza annotazioni. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La soluzione di ogni esercizio deve essere consecutiva su un solo foglio. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto di un esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

1. ♠ 2. ♡ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♡ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♡ 9. ♣ 10. ♢

Risposte ai quesiti

5. ♡

1. $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$

2. 4

3. No: $X + Y$ ha dimensione 4 e allora $(X + Y) \cap Z$ ha dimensione almeno $4 + 3 - 6 = 1$

4. $x = 1 + 7t,\ y = -2 - 3t,\ z = 3 + 19t$

5. 3

6. $0,\ 29,\ 12,\ 17$

7. $17e_1 + 13e_2 + 12e_3$

1. ♠ 2. ♡ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♡ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♡ 9. ♣ 10. ♢

Soluzioni degli esercizî

5. ♡

1.

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

2.

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

1. ♠ 2. ♡ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♡ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♡ 9. ♣ 10. ♢