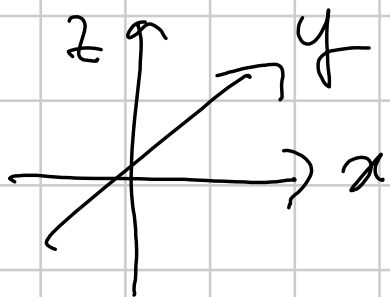
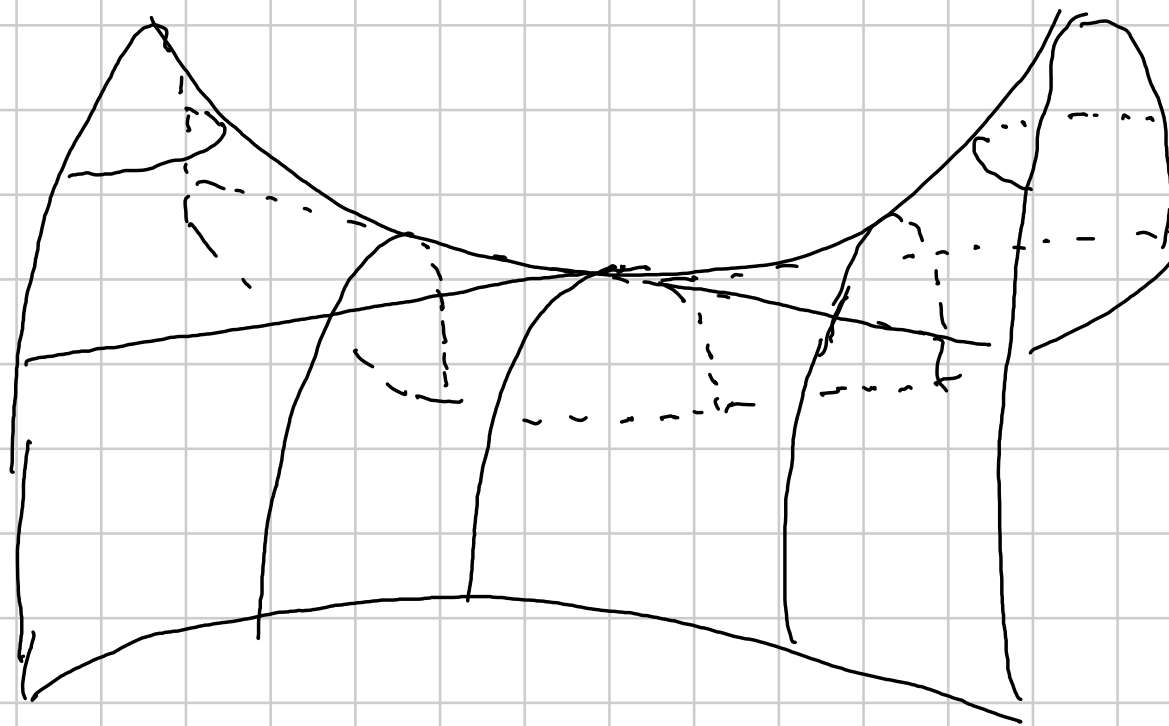


Geom 21/4/16

Paraboloida iperbolico: $z = x^2 - y^2$



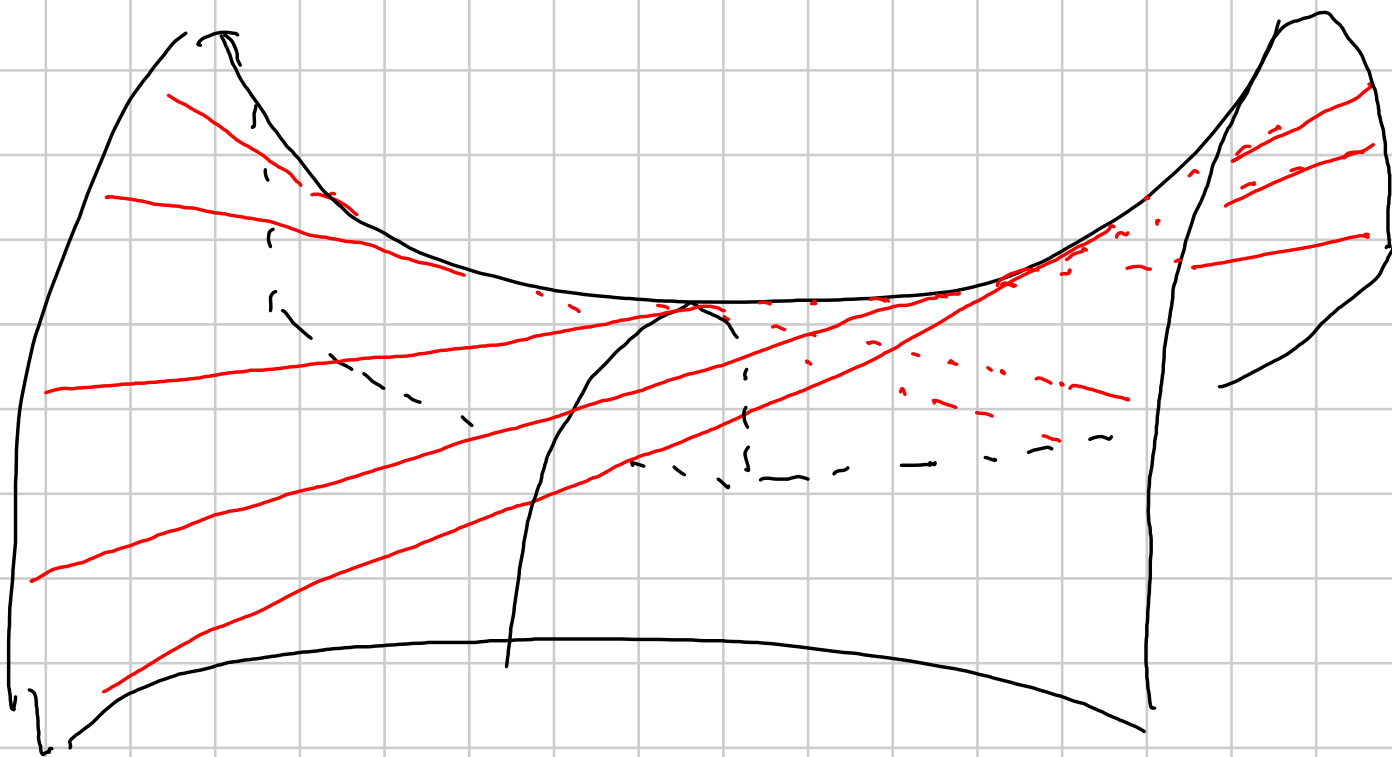
(paraboloido
a sella)



$$z = (x+y)(x-y)$$

Sul piano $x+y=c$
 ho $z = c(x-y)$
 rette

Sul piano $x-y=c$
 ho $z = c(x+y)$
 rette



Vedremo: ogni luogo in $\mathbb{R}^3$ definito da
 equazione di $\mathbb{I}$ grado $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ } *quadrica
non
degenera*
 $A \in M_{4 \times 4}(\mathbb{R})$ simmetrica, $\det(A) \neq 0$

si trasformano tramite una *affinità* in uno dei
 modelli elucoti: $x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$ $\emptyset$

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ellipsoide $z = x^2 + y^2$ parab. ell.

$z^2 = 1 + x^2 + y^2$ iperb. ell (2 folde)

$z^2 = x^2 + y^2 - 1$ iperb. iperb. (1 folde)

$z = x^2 - y^2$ parab. iperb.

(inoltre studiando i segni dei d_j $j=1,2,3,4$
si riesce a dire quale) -

Spazi proiettivi

Def: chiamo selezione su un insieme S
sottoinsieme R di $S \times S$, dunque un insieme
di coppie di elementi di S . Scrivo
 xRy invece che $(x,y) \in S$.

Esempio: $S = \mathbb{R}$ relazione tra x e y
"x è minore di y"

Cioè $R = \{(x, y) : x \text{ è minore di } y\}$

Invece che $(x, y) \in R$ scrivo $x R y$ anzi $x < y$.

Esempio: $S =$ i cittadini italiani

$R =$ "essere nati nello stesso giorno"

$= \{(x, y) : x \text{ e } y \text{ sono nati nello stesso giorno}\}$

Scrivo "x R y" anzi

" x è noto nello stesso piano di y " -

Def: una relazione R su S è:

- riflessiva e $xRx \quad \forall x \in S$
- simmetrica e $xRy \Rightarrow yRx$
- transitiva e xRy e $yRz \Rightarrow xRz$
- di equivalenza e $\bar{\sim}$ riflessiva, simmetrica, transitiva.

Es: "vicine di" su $\mathbb{R}$

- riflessiva: NO - simmetrica NO - transitiva SI

$\mathcal{E}_S$: "minore o uguale L "

• riflessiva $S/$ • sim No • trans $S/$

$\mathcal{E}_S$: "noto nello stesso piano"

• rifl. $S/$ • sim $S/$ • trans $S/$
 $\Rightarrow$ (equiv).

$\mathcal{E}_S$: $S = \mathbb{R}$: $x R y$ se $x - y \in \mathbb{Z}$

• rifl: $S/$ • sim $S/$

• trans $x R y, y R z$

$$\Rightarrow x - y = n \in \mathbb{Z} \quad y - z = m \in \mathbb{Z}$$

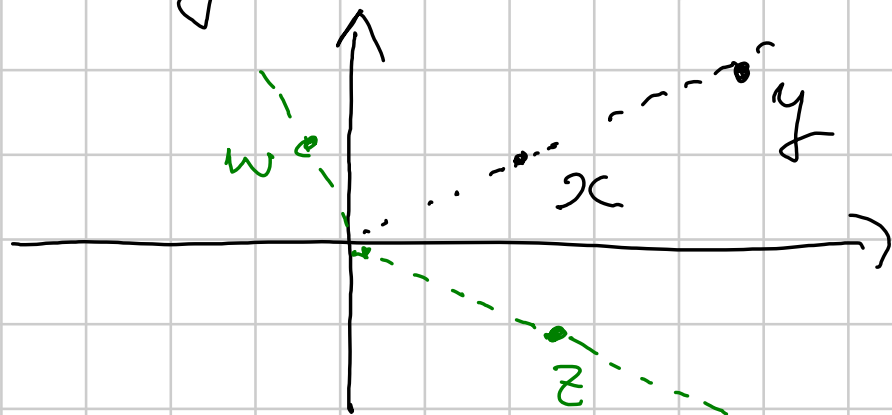
$$\Rightarrow x - z = (x - y) + (y - z) = n + m \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x R z \quad S/$$

$\mathcal{E}$ di equiv-

$$\underline{\mathcal{E}_S}: n \geq 2, \quad S = \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$$

$x R y$ se esiste $\lambda > 0$ t.c. $y = \lambda x$



~~$z R w$~~

• refl. SI • sim. SI $\left(y = \lambda x \Rightarrow x = \frac{1}{\lambda} \cdot y \right)$
 $\lambda > 0$ $\frac{1}{\lambda} > 0$

• trans SI $\left(y = \lambda x \quad z = \mu y \Rightarrow z = \lambda \mu \cdot x \right)$
 $\lambda > 0$ $\mu > 0$ $\lambda \mu > 0$

$\Rightarrow \bar{e}$ di equiv.

$\underline{\Sigma}_S$: $S =$ "noi più opp."

$x R y$ se l'iniziale del copione di y
 è la stessa del copione di x .

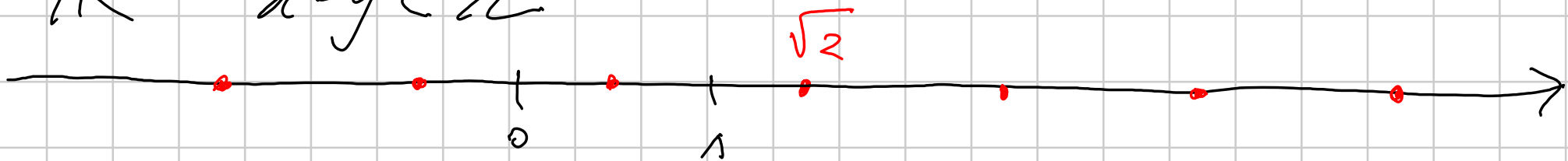
$\bar{e}$ di equiv.

Def: chiamo "classe di equivalenza" di una relaz.
di equivalenza R l'insieme di tutti gli
elementi equivalenti a un certo elemento x ,
indicato con $[x]$.

Es: "uno nello stesso gruppo"
una classe di equiv è

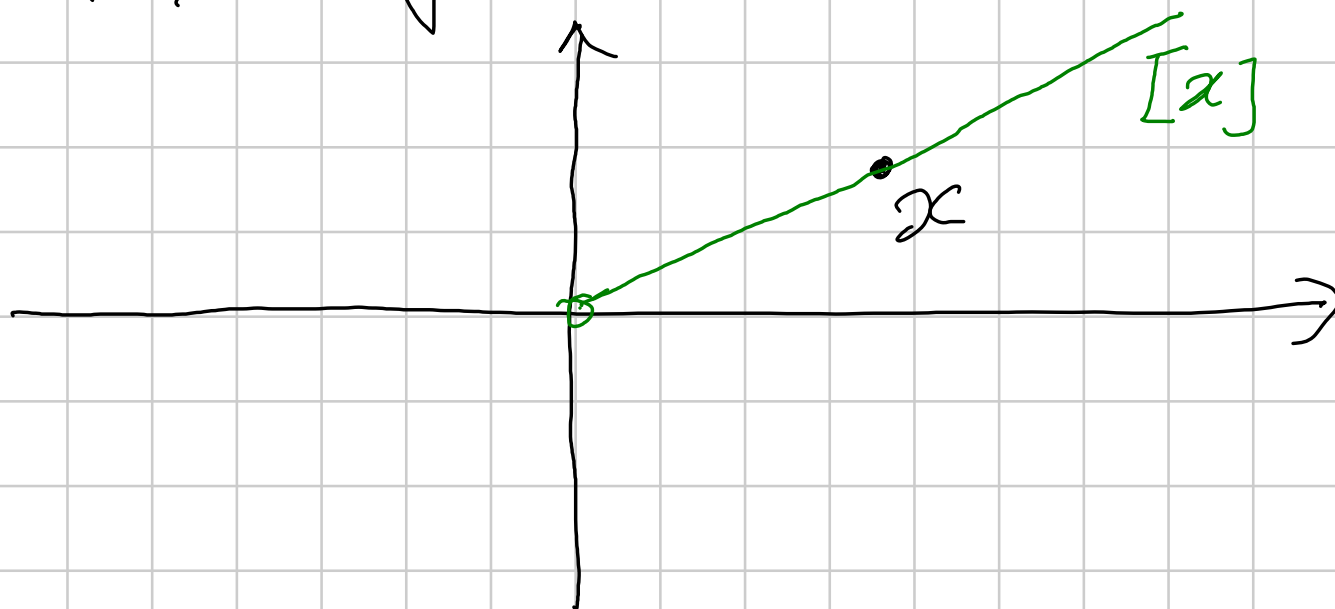
$[C.P.] =$ "tutti quelli così nello stesso gruppo di me"
 $=$ "tutti i citt. italiani nel 3/11"

• $\mathbb{R} \quad x-y \in \mathbb{Z}$



in rosso: le classi di equiv. di $\sqrt{2} = [\sqrt{2}]$

• $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ "y sulle semirette uscenti da 0 per x"



Prop: se R è relaz. di equiv. su S allora le classi di equivalenza sono una partizione di S , cioè

- 1) l'unione di tutte è tutto S
- 2) due classi o coincidono o non si intersecano

Dim: 1) Prendi $x \in S'$ ho xRx (rifl)
 $\Rightarrow x \in [x]$. ✓

2) Devo vedere che se due classi si intersecano
allora coincidono.

Prendo x, y e suppongo $[x] \cap [y] \neq \emptyset$
cioè $\exists z \in [x] \cap [y]$

cioè $\exists z$ t.c. zRx e zRy .

Se prendo $w \in [x]$ ho

wRx ; poiché zRx ho xRz (sim)

$\Rightarrow wRz$ (trans); poiché zRy

$\Rightarrow wRy$ (trans) $\Rightarrow w \in [y]$.

Ho ~~found~~ che $[x] \subset [y]$; analop. $[y] \subset [x]$

$$\Rightarrow [y] = [x].$$

