

Matematica A - 20/10/15

① $M(x) = x$ una le ucle
 $A(x) = x$ " " de
 $N(x) = x$ " " uce.

• $P = M(\text{Luce}) \text{ e } M(\text{Giov})$

$(\text{non } P) = \text{non}(M(\text{Luce})) \text{ o } \text{non}(M(\text{Giov}))$

o Luca o Gior non amano le mele

$$\bullet \quad P = M(\text{Luca}) \text{ e } \text{non } (A(L))$$

$$(\text{non } P) = \text{non}(M(\text{Luca})) \text{ o } A(L)$$

o Luca non ~~ama~~ le mele o ama le alb. ...

• A Genova tutti amano le mele non le alb.

$$P: \forall x \in \text{Genova} \text{ si ha } M(x) \text{ e non } A(x)$$

non P : $\exists x \in \text{Genova t.c. non } M(x) \vee A(x)$

A Genova qualcuno con una $\bar{C}$ blu o una
di alb.

• A Torino qualcuno ama le auto usate non le alb.

$\exists x \in TO \text{ t.c. } M(x) \wedge \text{non}(A(x))$

uguale: $\forall x \in TO$ si ha non $M(x)$ o $A(x)$

A Torino ciascuno o non ama le mele
o ama le alb.

② $(A \Rightarrow B)$ equivale a $((\text{non } B) \Rightarrow (\text{non } A))$ -

↑
Ogni volta che A è vero, è vero anche B

↘
Ogni volta che B è falso, è falso anche A .

③ "piove solo di notte"
= "ora piove" $\Rightarrow$ "ora è notte"

"ora è giorno" $\Rightarrow$ "non piove"
= "di giorno non piove"

• "nel derby hanno seguito solo p.c. con moglie d'sparsi"
= "x ha seguito nel derby" $\Rightarrow$ "x moglie d'sparsi"

"x ha moglie pari" $\Rightarrow$ "x non ha seguito" ?

= "nel derby quelli con maglie pari
non hanno segnato"

② Via tavole di verità

A	B	A e B	A o B
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	F

è nel ⑤
ma è ok

A	B	$A \Rightarrow B$	non B	non A	non B $\Rightarrow$ non A
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V



③ "4WD" $\Rightarrow$ "lente"
 "veloce" $\Rightarrow$ "2WD"

} stesso contenuto

④ X $A(x), B(x)$ prop. V/F su $x \in X$

$$A = \{x \in X : A(x)\}$$

$$B = \{x \in X : B(x)\}$$

$(A(x) \Rightarrow B(x))$ equivale a $A \subseteq B$
 $\Leftrightarrow$

$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in A$ si ha anche $x \in B$

$\Leftrightarrow \forall x \in X$ t.c. $A(x)$ si ha anche $B(x)$

$\Leftrightarrow$ se è vero $A(x)$ lo è anche $B(x)$

$$\Leftrightarrow (A(x) \Rightarrow B(x))$$

⑤ $X = \text{voi}$

"gli stud. con maglietta rossa hanno l'orologio"

" x ha la maglietta rossa $\Rightarrow x$ ha l'orologio"

" $\{x \text{ qui con maglietta rossa}\} \subseteq \{x \text{ qui con orologio}\}$ "

$\uparrow$
oggi 20/10 è stretta $\subset$

⑥ Negazione di implicazioni -

$$\text{non} (P(x) \Rightarrow Q(x))$$

$$(P(x) \Rightarrow Q(x)) = \nexists x \text{ t.c. } P(x) \text{ e } \text{non } Q(x)$$

$$\text{non} (P(x) \Rightarrow Q(x)) = \exists x \text{ t.c. } P(x) \text{ e } \text{non } Q(x) -$$

- chi ama le mele non ama le albicocche
 $M(x) \Rightarrow \neg A(x)$

negazione: $\exists x \text{ t.c. } M(x) \wedge A(x)$

qualcuno ama le mele ma non le albicocche

Oss: "chi ama le mele non ama le alb."
= "nessuno ama mele e albicocche"

- "chi ama le mele ma non le alb. non ama le uoci"

$$M(x) \text{ e } \text{non}(A(x)) \Rightarrow \text{non } N(x)$$

$$\nexists x \text{ t.c. } M(x) \text{ e } \text{non}(A(x)) \text{ e } N(x)$$

$$\text{equiv: } \exists x \text{ t.c. } M(x) \text{ e } N(x) \text{ e } \text{non } A(x)$$

"qualcuno ama mele e uoci ma non alb."

⑦ = pag 24 lez. X = nat: 1/1/50 in Italia

$$\text{non} \left(\forall x \in X, x \text{ ha almeno un cop. bianco} \right) \\ = \exists x \in X \text{ t.c. } x \text{ non ha alcun cop. bianco}$$

- $\forall x \in X$, x ha almeno un cop. vero

- $\forall x \in X$ che non ha cop. veri, x è falso

- $\exists x \in X$ che non ha cop. bianchi

- $\exists x \in X$ con almeno un cop. vero

NO

NO

Sì

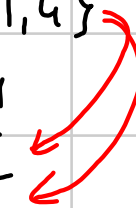
⑧ = pag. 25

$P: A \neq 1, 4$ cioè $A \in \{2, 3\}$

$Q: B \neq 4$ cioè $B \in \{1, 2, 3\}$

$R: C = 1$

$S: D = 4$

$\text{non}(P), Q, R, S \Rightarrow$
 $A \in \{1, 4\}$
 $B \neq 4$
 $C = 1$
 $D = 4$
 NO

$P, \text{non } Q, R, S \Rightarrow$
 $A \in \{2, 3\}$
 $B = 4$
 $C = 1$
 $D = 4$
 NO

$P: A \neq 1, 4$ cioè $A \in \{2, 3\}$

$Q: B \neq 4$ cioè $B \in \{1, 2, 3\}$

$R: C = 1$

$S: D = 4$

$P, Q, \text{non } R, S$

$A \in \{2, 3\}$

$B \neq 4$

$C \neq 1 \Rightarrow C \in \{2, 3\}$

$D = 4$

$\Rightarrow B = 1$

$B = 1, A = 2, C = 3, D = 4$ ✓

$B = 1, A = 3, C = 2, D = 4$ ✓

P, Q, R, and S

A ∈ {2, 3}

B ≠ 4

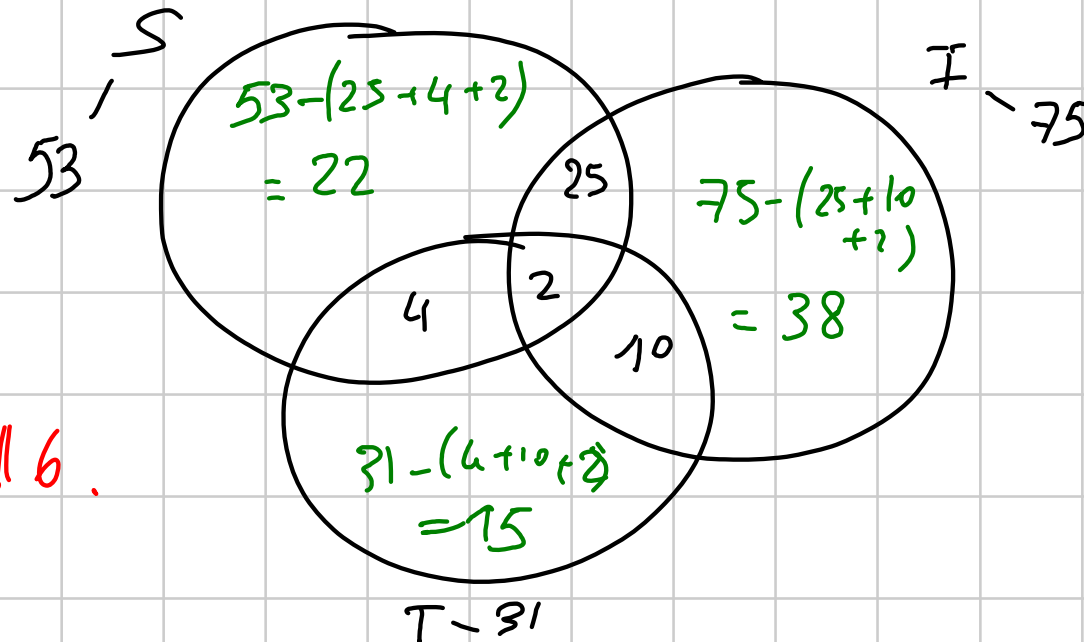
C = 1

D ≠ 4

No: nessuno è 4

① = pag. 28

Non ho visto
il dato tot = 116.



Peró é corrente: $22 + 15 + 38 + 6 + 10 + 25 + 2 = 116$ —

⑫ • $A = \{0, 1, 4, 9\}$

$$B = \{m^2 : m \in \mathbb{Z}, |m| < 4\}$$

$$= \{9, 4, 1, 0, 1, 4, 9\} = \{0, 1, 4, 9\}$$

$$\Rightarrow A = B$$

$$A \cup B = A \cup B = A = B$$

$$A \setminus B = B \setminus A = \emptyset$$

- $A = \{n \in \mathbb{N} : 1 < n < 15, n \text{ primo}\}$
 $B = \{m \in \mathbb{N} : 2 < m < 14, m \text{ dispari}\}$

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$A \subseteq B \quad \underline{\text{No}} \quad (2)$$

$$B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

$$B \subseteq A \quad \underline{\text{No}} \quad (9)$$

$$A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$$

$$A \cap B = \{3, 5, 7, 11, 13\}$$

$$A \setminus B = \{2\}$$

$$B \setminus A = \{9\}$$

- $A = \{m \in \mathbb{N} : m \text{ pari}\} = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$
 $B = \{4k+2 : k \in \mathbb{N}\} = \{2, 6, 10, 14, 18, 22, \dots\}$

$$4k+2 = 2(2k+1) \text{ dunque } B \subset A$$

$$(\Rightarrow A \cap B = B, A \cup B = A, B \setminus A = \emptyset)$$

$$A \setminus B = \{4k : k \in \mathbb{N}\}$$

- $A = \{m \in \mathbb{N} : m < 10, m \text{ dispari}\}$
 $B = \{m^2 : m \in \mathbb{N}, m < 6\}$

- $A = \{m \in \mathbb{N}, m \text{ dispari}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$
 $B = \{3k + 1 : k \in \mathbb{N}\} = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, \dots\}$
 $A \subseteq B \quad B \subseteq A \text{ false}$

$$A = \{m : m : 2 \text{ ha resto } 1\}$$

$$B = \{m : m : 3 \text{ ha resto } 1\}$$

Se $m : 6$ ha resto r , cioè $m = 6k + r$

r	0	1	2	3	4	5
resto $m : 2$	0	1	0	1	0	1
resto $m : 3$	0	1	2	0	1	2

$$A \cup B = \{ 6k + r : k \in \mathbb{N} ; r = 1, 3, 4, 5 \}$$

$$A \cap B = \{ 6k + 1 : k \in \mathbb{N} \}$$

$$A \setminus B = \dots$$

$$B \setminus A = \dots$$

⑬ $\mathcal{P}(X)$ = l'insieme di tutti i sottoinsiemi di X

$$X = \{a, b, c\}$$

$$\mathcal{P}(X) = \left\{ \emptyset, \right. \\ \left. \{a\}, \{b\}, \{c\}, \right. \\ \left. \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b\}, \right. \\ \left. \{a, b, c\} \right\}$$

$$X = \{1, \dots, n\}$$

$$X = \{1\} \quad \mathcal{P}(X) = \{\emptyset, \{1\}\}$$

2

$$X = \{1, 2\} \quad \mathcal{P}(X) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

4

$$X = \{1, 2, 3\}$$

8

$$X = \{1, 2, 3, 4\} \quad \mathcal{P}(X) = \{ \dots \}$$

16

$$X = \{1, \dots, n\}$$

2^n

power?

$$A \subset \{1, \dots, n\}$$

$$m \notin A$$

$$A \subset \{1, 2, \dots, m-1\}$$

A arbitrario

$$m \in A$$

$$A' = A \setminus \{m\}$$

$$A' \subset \{1, 2, \dots, m-1\}$$

A' arbitrario

Dimostrare passando da $m-1$ a m nodi.

$$\text{Es. } m=4$$

$\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}$

$\{4\}, \{1,4\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{1,2,4\}, \{1,3,4\}, \{2,3,4\}, \{1,2,3,4\}$

gli sottoinsiemi con 4 elementi

(14) $A = \{1, 3, 7\}$ $B = \{2, 3, 7, 8\}$

$$A \times B = \left\{ (1,2), (1,3), (1,7), (1,8), \right. \\ (3,2), (3,3), (3,7), (3,8), \\ \left. (7,2), (7,3), (7,7), (7,8) \right\}$$

$$B \times A = \{(2,1), \dots$$

}

⑮ Verificare che $A \times B = B \times A$ solo se $A = B$.

Sia $a \in A, b \in B$; allora $(a,b) \in A \times B$
ma $A \times B = B \times A$ dunque $(a,b) \in B \times A$
cioè $a \in B$ e $b \in A$, perciò $A \subseteq B$ e
 $B \subseteq A \implies A = B$.