Matematica (Biologia) – Esercitazioni corso A – 6/10/15

Carlo PETRONIO

google → didattica

Mart. 14:15 – 15 + 15:15 – 16

Ogni venerdì metto in rete i testi degli esercizi per martedì successivo

PROVATECI!

① $\frac{777\,777}{777} - 1 = \frac{777\,777 - 777}{777}$

$= \frac{777000}{777} = 1000$

Oppure: $\frac{777\,777}{777} - 1 = \frac{777000 + 777}{777} - 1$

$= \frac{777(1000+1)}{777} - 1 = 1000 + 1 - 1 = 1000$

② $\sqrt{26} - 5 < \frac{1}{10}$. Lo verifico:

$\sqrt{26} = \sqrt{25+1}$

$\sqrt{27} = \sqrt{25+2}$ ... non è chiaro -

$\sqrt{26} - 5 < \frac{1}{10} \iff \sqrt{26} < \frac{1}{10} + 5$

$(a < b \iff a + c < b + c)$

$\iff \sqrt{26} < \frac{51}{10} \iff 26 < \frac{51^2}{100}$

$$\left(a < b \iff a^2 < b^2 \quad \text{se } a > 0 \right.$$

$$-3 < 1 \not\Longrightarrow 9 < 1 \qquad \left. \right)$$

$$\iff 2600 < 51^2$$

$$\left(a < b \iff a \cdot c < b \cdot c \right.$$

$$\text{se } c > 0$$

$$-3 < 4 \not\Longrightarrow -3 \cdot (-5) < 4 \cdot (-5)$$

$\iff 2600 < (50+1)^2 = 50^2 + 2\cdot 50\cdot 1 + 1^2 = 2601$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Sí

($\sqrt{27} - 5 < \frac{1}{10}$ No)

③ $(0.04)^{-3}$ ~~0,04~~ 0.04

$$= \left(\frac{4}{100}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{25}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{5^2}\right)^{-3} = \left(5^{-2}\right)^{-3} = 5^6$$

$$\left(a^b\right)^c = a^{b \cdot c}$$

$$(125)^{-7/6} = \left(5^3\right)^{-7/6} = 5^{-7/2}$$

$$(0.0016)^{3/2} = \left(\frac{16}{10\,000}\right)^{3/2} = \left(\frac{2^4}{10^4}\right)^{3/2} = \left(\frac{1}{5^4}\right)^{3/2} = 5^{-6}$$

$$(a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

$$(625)^{-5/8} = \left(5^4\right)^{-5/8} = 5^{-5/2}$$

④ $\sqrt[2]{-9} = \emptyset$

$\sqrt[4]{-625} = \emptyset$

$\sqrt[2]{16} = \pm 4$

$\sqrt[4]{81} = \pm 3$

$\sqrt[3]{27} = 3$

$\sqrt[3]{-125} = -5$

} algebraicí

(5) $\sqrt[2]{4} = 2$

$\sqrt[2]{-25} = \emptyset$

$\sqrt[3]{27} = 3$

$\sqrt[4]{16} = 2$

$\sqrt[5]{-32}$ ⟶ non si può fare in $\mathbb{R}$ aritmetica

(6) $\sqrt[2]{x^2}$

algebrico: $\pm x$

aritmetico: $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$

⑦ $\sqrt{8} + \sqrt{50} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 7\sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 7^2}$

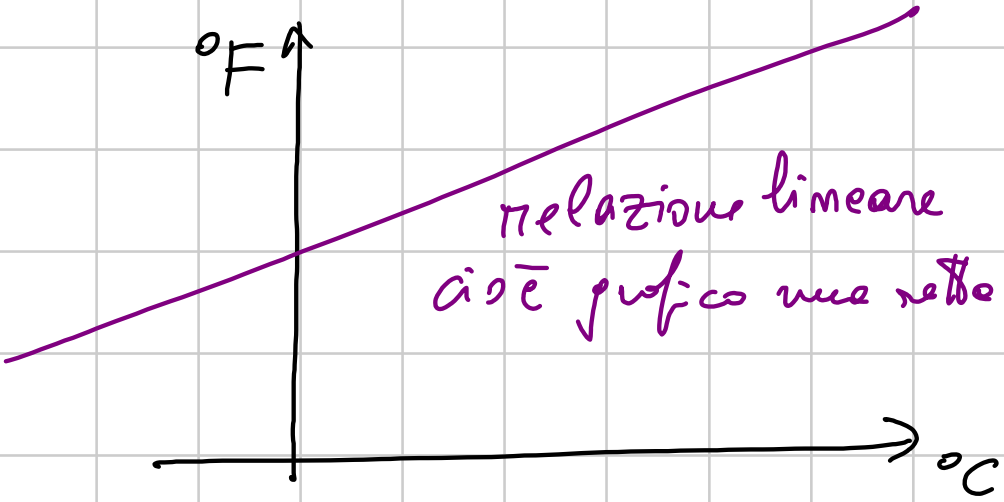
$= \sqrt{2 \cdot 49} = \sqrt{98}$

$\sqrt{27} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{20} = 3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5}\ 2 \cdot \sqrt{5}$

$= 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 90$

⑧ $0\,°C = 32\,°F$

$100\,°C = 212\,°F$



$f(x)$ funzione che dà i gradi F corrispondenti a x gradi C

Supponiamo che sia lineare: $f(x) = ax + b$

a, b costanti

Sappiamo: $\begin{cases} f(0) = 32 \\ f(100) = 212 \end{cases}$

$$\begin{cases} b = 32 \\ a \cdot 100 + b = 212 \end{cases} \qquad \begin{cases} b = 32 \\ a = \frac{212 - 32}{100} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{9}{5} \cdot x + 32$$

$$\Rightarrow \quad x\,^\circ C = \left(\frac{9}{5}\cdot x + 32\right)\,^\circ F$$

Viceversa: $r(y)$ la funzione che dà i gradi C corrispondenti a y °F

$$r(y) = \alpha \cdot y + \beta$$

$$\begin{cases} r(32) = 0 \\ r(212) = 100 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha \cdot 32 + \beta = 0 \\ \alpha \cdot 212 + \beta = 100 \end{cases}$$

$$\beta = -\alpha \cdot 32$$

$$\alpha \cdot (212 - 32) = 100 \qquad \alpha = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

$$\beta = -32 \cdot \frac{5}{9} = -\frac{160}{9}$$

$$r(y) = \frac{5}{9}y - \frac{160}{9}$$

Oppure: °C $\rightsquigarrow$ °F $\quad f(x) = \frac{9}{5}x + 32$

°F $\rightsquigarrow$ °C leggo $r(y)$ inversa di $f(x)$:

$$y = \frac{9}{5}x + 32 \quad \text{ricavo } x = r(y)$$

$$\frac{5}{9}y = x + \frac{5}{9}\cdot 32$$

$$x = \frac{5}{9}y - \frac{5}{9}32$$

$$x = \frac{5}{9}y - \frac{160}{9}$$

Ritrovata la stessa espressione

⑨ 20 anni + 1 giorno

deca $\times 10$
etto $\times 100$
kilo $\times 1000 = 10^3$
mega $\times 10^6$
giga $\times 10^9$
tera $\times 10^{12}$

10^9 sec = ?

1′ = 60 sec

1h = 60′ = 60 · 60 sec = 3600 sec

1d = 24 h = 24 · 3600 sec = 86400 sec

1y = 365 d = 365 · 86400 sec ≅

≅ 3.15×10^7 sec

$$10^9 \text{ sec} \cong \frac{10^9}{3.15 \times 10^7} \text{ y} = \frac{100}{3.15} \text{ y} \cong 30 \text{ y}$$

(10) 440000 km = ? cm

$$440\,000\ km = 4.4 \times 10^5\ km$$
$$= 4.4 \times 10^5 \times 10^3\ m$$
$$= 4.4 \times 10^5 \times 10^3 \times 10^2\ cm$$
$$= 4.4 \times 10^{10}\ cm$$

(11) $1\ km^2$ foste $\longrightarrow 2.5 \cdot 10^5\ kg$

$1\ m^2 \longrightarrow ?$

$$1\ m^2 = 1 \cdot (10^{-3}\ km)^2 = 10^{-6}\ km^2$$

$$\longrightarrow 10^{-6} \times 2.5 \times 10^5\ kg = 0{,}25\ kg = 250\ g$$

(12) Quanti cubi di lato 1 μm stanno in un cubo di lato 1 cm?

$$1\,cm^3 = ?\ \mu m^3$$

deci	$\times 10^{-1}$
centi	$\times 10^{-2}$
milli	$\times 10^{-3}$
micro	$\times 10^{-6}$
nano	$\times 10^{-9}$
pico	$\times 10^{-12}$

$$1\,cm^3 = 1\,(10^4\,\mu m)^3$$

$$= 10^{12}\,\mu m^3$$

(13) $2 \times 1.7 \times 10^{-27} + 2.65 \times 10^{-26}$

$= 3.4 \times 10^{-27} + 2.65 \times 10^{-26}$

$= 0.34 \times 10^{-26} + 2.65 \times 10^{-26}$

$= 2.99 \times 10^{-26}$

(14) $V_0 + \frac{P}{100} \cdot V_0 = V_1$

V_1: valore finale

V_0: val. iniziale

$\frac{P}{100}$: fattore di variazione

$V_0 \cdot \frac{P}{100}$: variazione

$$P = \left(\frac{V_1}{V_0} - 1 \right) \cdot 100$$

Trasforma il fattore in percentuale

rapporto tra Vol finale e iniziale

fattore di variaz. rispetto al vol. iniziale

$\text{I} \Rightarrow \text{II}$

$$V_0 + \frac{P}{100} \cdot V_0 = V_1$$

$$V_0 \left(1 + \frac{P}{100} \right) = V_1$$

$$1 + \frac{P}{100} = \frac{V_1}{V_0} \qquad \frac{P}{100} = \frac{V_1}{V_0} - 1$$

$$p = \left(\frac{v_1}{v_0} - 1\right) \cdot 100$$

(15) Dopo un anno:

$$V_1 = V_0 \cdot \left(1 + \frac{1.5}{100}\right)$$
$$= V_0 \cdot (1 + 0.015)$$
$$= V_0 \cdot 1.015$$

$$V_2 = V_1 \cdot 1.015 = V_0 \cdot (1.015)^2$$
$$V_3 = V_2 \cdot 1.015 = V_0 \cdot (1.015)^3$$

$$V_n = V_0 \cdot (1.015)^n$$

(16) Aumenti percentuali

$8 \longrightarrow 50$ $\quad \left(\frac{50}{8} - 1\right) \cdot 100 = \frac{42}{2} \cdot 100 = 21$

21

42

8

4

Aumento percentuale nel passaggio $V_0 \longrightarrow V_1$

$$\frac{V_1 - V_0}{V_0} \cdot 100 = \left(\frac{V_1}{V_0} - 1\right) \cdot 100$$

$50 \rightarrow 78 \qquad \left(\frac{78}{50} - 1\right) \cdot 100 = \ldots$ etc.

(17) Conviene

A: sconto 15% e poi del 10%.

B: sconto 20% e poi del 5%.

A: $v_0 \longrightarrow 0.85 \times v_0 \longrightarrow 0.9 \times 0.85 \times v_0 = 0.765 \times v_0$

B: $v_0 \longrightarrow 0.8 \cdot v_0 \longrightarrow 0.95 \times 0.8 \times v_0$

$= 0.76 \times v_0$

$\Longrightarrow$ conviene B

(18) Compro degli oggetti a € 10 l'uno, conto che se ne sprechi il 20%; a quanto li devo vendere per guadagnare il 12%?

$\text{prezzo} \times 0.80 = 10 \times (1 + 12\%)$ €

$= 10 \times (1 + \frac{12}{100})$ € 10×1.12 €

$= 11.2$ €

$$\Rightarrow \text{prezzo} = \frac{11.2\,€}{0.8} = \frac{11.2\,€}{\frac{8}{10}} = \frac{5 \times 11.2}{4}\,€ = \ldots$$

(19) Investimento

interesse 35%

30% di tale interesse = 2 100 € _

Investimento _

Investimento = x

$$\text{Intrare} = x \times 0.35$$

$$x \times 0.35 \times 0.3 = 2100$$

$$x \cdot \frac{35}{100} \cdot \frac{3}{10} = 21 \times 100$$

$$\Longrightarrow x = 20 \cdot 100 \cdot 10 = 200\,000$$

(21) • prezzo oggi = 1 €
aumento 5% annuo
prezzo tra 4 anni ?

$$1 € \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^4 = (1.05)^4 €$$

• prezzo oggi = ? €
prezzo tra 4 anni = 2 €
aumento percentuale annuo ?

$$1\,€ \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^4 = 2\,€$$

$$1 + \frac{p}{100} = \sqrt[4]{2}$$

$$p = 100 \cdot \left(\sqrt[4]{2} - 1\right) = \ldots$$