

$$(1a) \cdot 2^{3x^2-9} - 8 \neq 0$$

$$\cdot \frac{x}{x+1} \geq 0$$

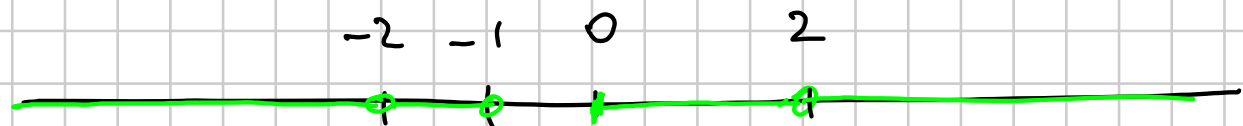
$$2^{3(x^2-3)} - 2^3 \neq 0$$

$$x < -1 \quad \vee \quad x \geq 0$$

$$x^2 - 3 \neq 1$$

$$x^2 \neq 4$$

$$x \neq \pm 2$$



$$D = (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup [0, 2) \cup (2, +\infty)$$

(1b)

$$\bullet x+1 \geq 0 \quad \bullet \sqrt{x+1} - 3 > 0$$

$$\bullet x^2 - 3x - 10 > 0 \quad \bullet x - \frac{15}{2} > 0 \quad \bullet x - \frac{15}{2} \neq 1$$

$$\bullet x > -1$$

$$\bullet x+1 > 9 \quad x > 8$$

$$\bullet (x-5)(x+2) > 0 \quad x < -2 \quad \bullet x > 5$$

$$\bullet x > 15/2$$

$$\bullet x \neq 17/2$$

$$D = (8, 17/2) \cup (17/2, +\infty)$$

(1c)

- $x > 0$

- $\ln(x) > 0$

$$x > 1$$

- $\frac{x-3}{x-2} \geq 0$

$$x < 2 \quad \text{or} \quad x \geq 3$$

$$D = (1, 2) \cup [3, +\infty)$$

(1d)

- $e^x - 1 > 0$

$$e^x > 1$$

$$x > 0$$

- $x \neq 2$

$$D = (0, 2) \cup (2, +\infty)$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{25} - 5^{7x^2 - 9x} > 0$$

$$5^{-2} > 5^{7x^2 - 9x}$$

$$-2 > 7x^2 - 9x$$

$$7x^2 - 9x + 2 < 0$$

$$(x-1)(7x-2) < 0$$

$$\frac{2}{7} < x < 1$$

$$(b) \quad \log_3 (x+6) - \log_3 (x^2 - 7x + 10) < 0$$

$$\bullet \quad x+6 > 0, \quad x > -6$$

$$\bullet \quad x^2 - 7x + 10 > 0 \quad x < 2 \quad \text{or} \quad x > 5$$

$$D = (-6, 2) \cup (5, +\infty)$$

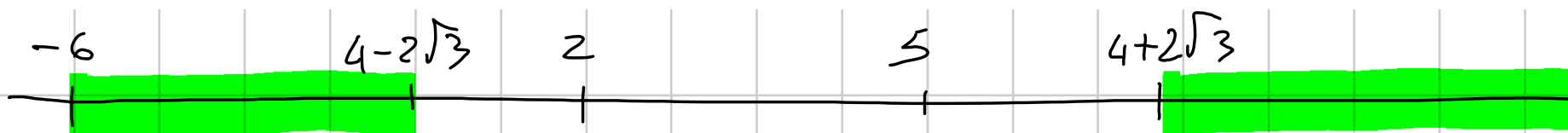
$$\log_3 (x+6) < \log_3 (x^2 - 7x + 10)$$

$$x+6 < x^2 - 7x + 10$$

$$x^2 - 8x + 4 > 0$$

$$x < 4 - 2\sqrt{3} \quad \text{or} \quad x > 4 + 2\sqrt{3}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{12} = 4 \pm 2\sqrt{3}$$



③ $\log_a(x^2 - 3x - 2) = 3$ derive answer to solutions $x = 5$

$$\log_a(25 - 15 - 2) = 3$$

$$\log_a(8) = 3$$

$$a^3 = 8$$

$$a = 2$$

Let's solve:

$$x^2 - 3x - 2 = 8$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x-5)(x+2)=0$$

$$x = -2 \quad \underline{\quad}$$

④

$$f(x) = 2 \ln(x^2+1)$$

immagina $[1, +\infty)$
trovare $f^{-1}(1)$.

Verifico che $f(x) \geq 1 \quad \forall x$:

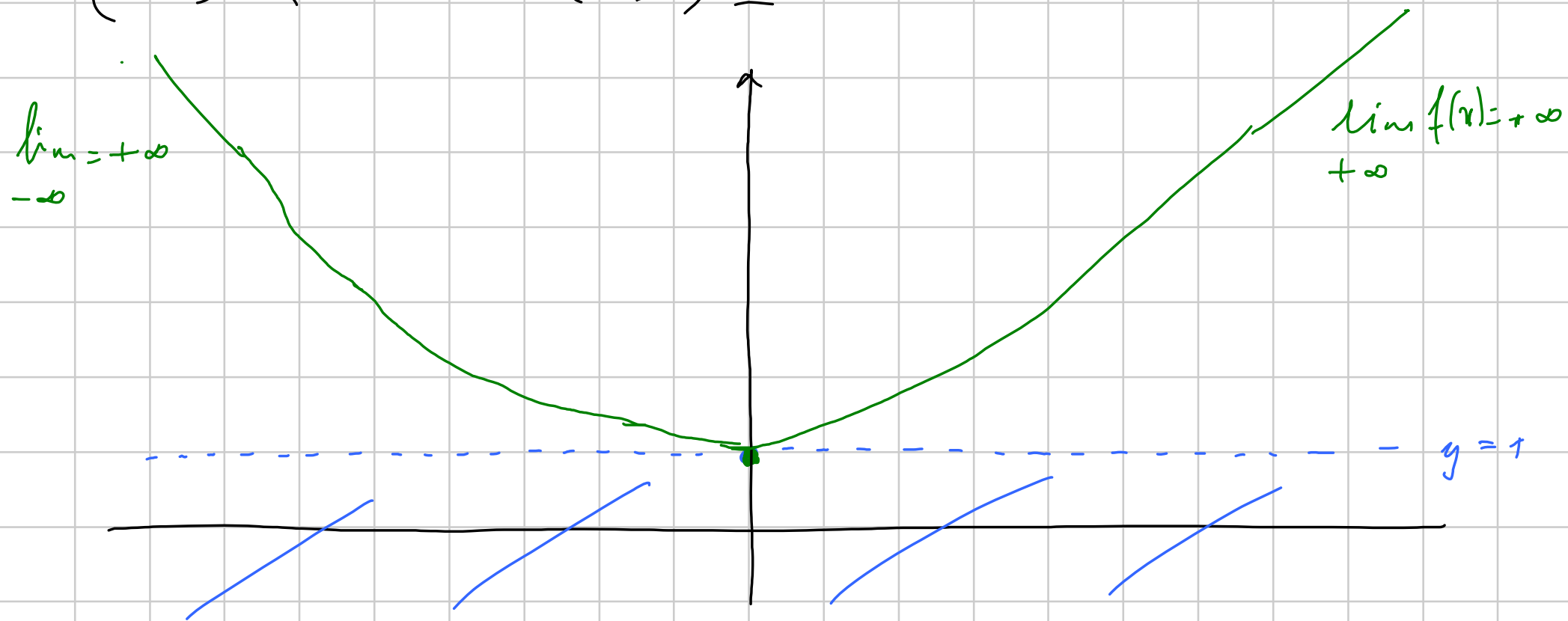
$$2 \ln(x^2+1) \geq 1 \Leftrightarrow \ln(x^2+1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2+1 \geq 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq 0$$

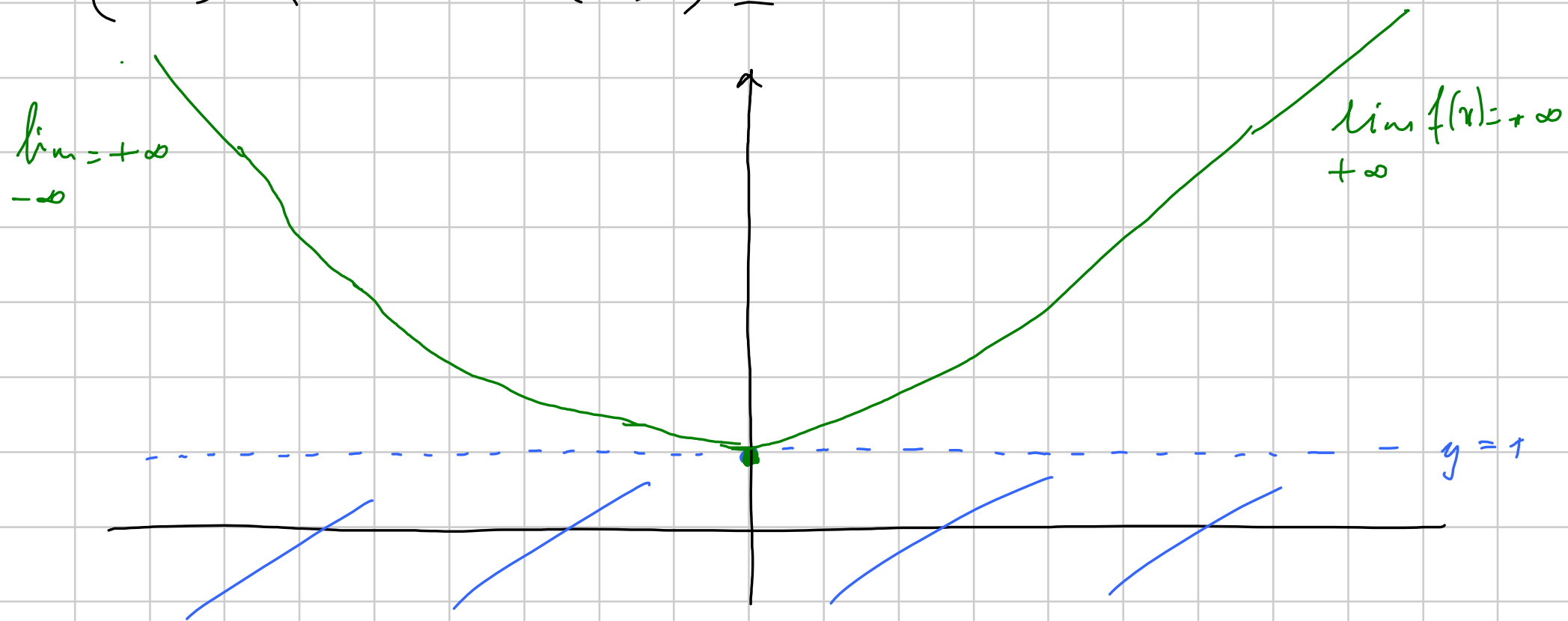
sempre vero; l'uguaglianza vale solo per $x=0$

$$(\Rightarrow f^{-1}(1) = \{0\})$$



Oss: su $[0, +\infty)$ la $f(x)$ è crescente con
immagine $[1, +\infty)$: è composizione

$$(\Rightarrow f^{-1}(1) = \{0\})$$



Oss: su $[0, +\infty)$ la $f(x)$ è crescente con
immagine $[1, +\infty)$: è composizione

delle funzioni crescenti

- deriv. del quadrato $+1$
- $\ln$
- esponenziale in base 2

Anzi f è biettiva tra $[0, +\infty)$ e $[1, +\infty)$:
la primitiva di $y \geq 1$ è ...

$$y = 2^{\ln(x^2+1)}$$

$$\log_2 y = \ln(x^2+1)$$

$$x^2+1 = e^{\log_2 y}$$

$$x = \sqrt{e^{\log_2 y} - 1}$$

delle funzioni crescenti

- deriv. del quadrato $+1$
- $\ln$
- esponenziale in base 2

Anzi f è biettiva tra $[0, +\infty)$ e $[1, +\infty)$:
la primitiva di $y \geq 1$ è ...

$$y = 2^{\ln(x^2+1)}$$

$$\log_2 y = \ln(x^2+1)$$

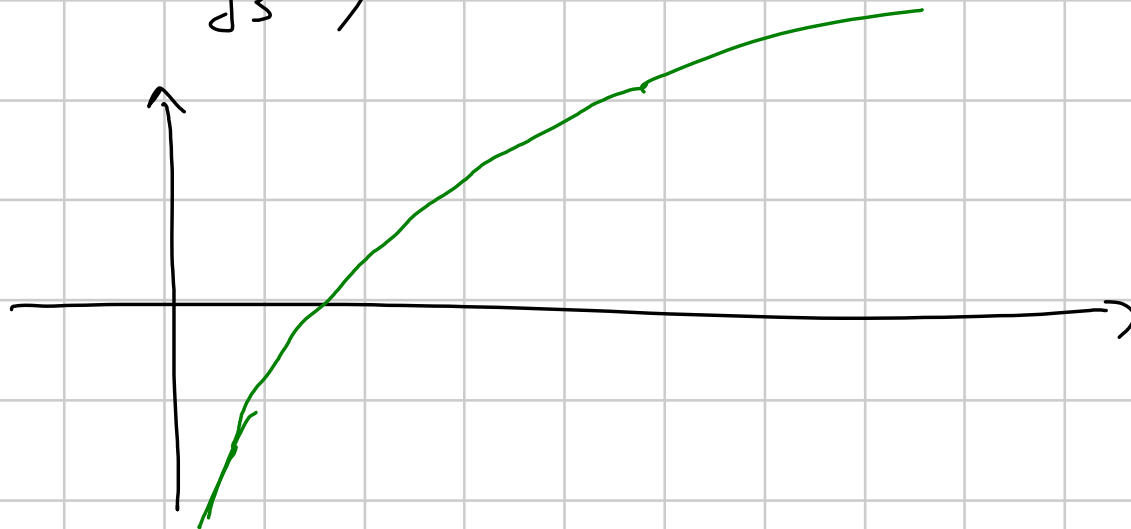
$$x^2+1 = e^{\log_2 y}$$

$$x = \sqrt{e^{\log_2 y} - 1}$$

Nota: f è biettiva decrescente in
 $(-\infty, 0]$ e $[1, +\infty)$ con inverse

$$x = -\sqrt{e^{\log_2 y} - 1}$$

⑤ $f(x) = 8^x + \log_3(x)$ $D = (0, +\infty)$



$\Rightarrow f$ è biettiva tra $(0, +\infty)$ e $\mathbb{R}$

$\Rightarrow f(x)=1$ ha esattamente una soluzione.

$$8^x + \log_3(x) = 1$$

$$x = \frac{1}{3} \quad : \quad 2 - 1 = 1$$

