

Esercizi di Matematica

Scienze Biologiche 15/16 – Corso A

(Carlo Petronio)

Foglio del 27/10/2015

I prossimi esercizi 1-7 sono quelli proposti alla fine della lezione di calcolo combinatorio, di cui riassumo qui i testi. Si tratta sempre di dire quante sono le scelte descritte.

Esercizio 1 Alloggio di 5 persone in 4 hotel.

Esercizio 2 Piazzamenti di tre specifici corridori in una corsa a 7.

Esercizio 3 Scelta di 3 biglietti numerati su 100.

Esercizio 4 Anagrammi di NUCLEO e GENETICA.

Esercizio 5 Successione di 7 lanci di una moneta in cui esca 3 volte testa.

Esercizio 6 Targhe di 6 cifre che contengano esattamente 2 cifre diverse.

Esercizio 7 Scelte di 7 carte da un mazzo di 52. Scelte di 3 carte di fiori e 4 di cuori. Scelte di 7 carte tra cui i 4 assi.

* * *

Esercizio 8 In un'urna ci sono 5 bilie rosse e 10 bianche. Dall'urna si può

effettuare:

- una *estrazione simultanea* di un certo numero di bilie: si infila la mano e le si prendono tutte insieme;
- una *estrazione successiva* di un certo numero di bilie: se ne estrae una alla volta (senza rimettere dentro quelle già estratte).

Calcolare in quanti modi si può effettuare una estrazione simultanea e una successiva di 3, di 6, di 7 e di 15 bilie.

Esercizio 9 Quanti sono...

- le coppie di giorni non consecutivi della settimana?
- i terni al Lotto che contengono il 7?
- i terni al Lotto con esattamente due numeri pari?
- le quaterne al Lotto senza multipli di 8?
- gli ambi al Lotto con almeno un numero pari?
- le partite di un torneo a 6 squadre con la formula del girone all'italiana (andata e ritorno).
- i segmenti che uniscono due vertici di un parallelepipedo ma non sono spigoli?
- le pile diverse che si possono fare con 3 cubetti rossi, 2 gialli e 4 blu, usandoli tutti?
- le pile diverse che si possono fare con 3 cubetti rossi, 2 gialli e 4 blu, usandone 4?
- i PIN di 5 cifre con almeno due cifre diverse?
- i PIN di 5 cifre con almeno tre cifre diverse?
- le terne di numeri tra 1 e 100 con somma dispari?
- i possibili orari di una mattina di lezione da 5 ore se le materie insegnate sono 12 e ci sono 2 ore di matematica e le altre sono diverse fra loro?

I prossimi esercizi 10-14 sono quelli proposti alla fine della lezione di probabilità, di cui riassumo qui i testi. Si tratta sempre di calcolare la probabilità dell'evento descritto.

Esercizio 10 Che esca un certo terno al Lotto.

Esercizio 11 Che estraendo a caso 3 oggetti su 7 ce ne siano certi 2.

Esercizio 12 Che sei certe persone compiano tutte gli anni in maggio o in settembre (ignorando che febbraio è bisestile).

Esercizio 13 Che pescando due calzini a caso tra 4 grigi e 8 neri escano dello stesso colore.

Esercizio 14 Che dividendo a caso 12 persone in gruppi A , B , e C , ognuno da 4:

- Due certe persone finiscano nel gruppo A ;
- Una certa persona finisca nel gruppo A e un'altra no;
- Due certe persone finiscano insieme.

* * *

I prossimi esercizi 15-21 sono quelli proposti alla fine della lezione di probabilità, di cui riassumo qui i testi.

Esercizio 15 Il numero di elementi di un insieme S si indica con $\#(S)$. Sono dati due insiemi disgiunti X e Y con $\#(X) = 20$ e $\#(Y) = 15$.

- Quanti $C \subset X \cup Y$ esistono con $\#(C) = 14$ e

$$\#(C \cap X) : \#(C \cap Y) = \#(X) : \#(Y)?$$

- Qual è la probabilità che un certo elemento di X o di Y finisca in C ?

Esercizio 16 Qual è la probabilità di pescare due calzini dello stesso colore da un mucchio di 4 bianchi, 8 neri, 10 blu e 2 grigi?

Esercizio 17 Considerare le sequenze di 7 cifre in cui una compare 3 volte e le altre sono distinte.

- Quante sono?
- Quante di esse finiscono per 555?
- Fissando una cifra n , qual è la probabilità che una di esse inizi per nnn ?
- Fissando una cifra n , qual è la probabilità che una di esse inizi per nn ?

Esercizio 18 Un PIN di 5 cifre distinte ha come ultime tre 1, 4 e 6 in qualche ordine. Qual è la probabilità di indovinarlo al primo tentativo? E al secondo?

Esercizio 19 Sono dati due insiemi disgiunti N e B con $\#(N) = 12$ e $\#(B) = 8$.

- Quanti $C \subset N \cup B$ esistono con $\#(C) = 9$ e $\#(C \cap B) = 2 \cdot \#(C \cap N)$?
- Quanti $C \subset X \cup Y$ esistono con $\#(C) = 10$ e
$$\#(C \cap N) : \#(C \cap B) = \#(N) : \#(B)?$$
- Fissato $N_0 \subset N$ con $\#(N_0) = 2$ e $B_0 \subset B$ con $\#(B_0) = 3$, qual è la probabilità che C come nel punto precedente contenga $N_0 \cup B_0$?

Esercizio 20 Quante sono le stringhe di 6 lettere dell'alfabeto $\{a, b, \dots, z\}$ a 21 lettere, in cui una compare 3 volte e le altre sono distinte? Qual è la probabilità che una tale stringa inizi con aaa ?

Esercizio 21 Considerare le successioni di 4 simboli, ciascuno una cifra $\{0, 1, \dots, 9\}$ o una lettera dell'alfabeto $\{a, b, \dots, z\}$ a 21 lettere.

- Quante sono?
- Che probabilità c'è che una a caso contenga solo lettere o solo cifre?
- Che probabilità c'è che una a caso contenga due lettere e due cifre?