

Esercizi di Matematica

Scienze Biologiche 15/16 – Corso A

(Carlo Petronio)

Foglio del 24/11/2015

I prossimi esercizi 1-3 sono tra quelli proposti alla fine della lezione sulle funzioni lineari e quadratiche, di cui riassumo qui i testi.

Esercizio 1 Una funzione lineare $f(x) = mx + q$ ha grafico F . Trovare m, q nei casi seguenti:

- $f(0) = 2$ e $f(1) = 0$
- $f^{-1}(y) = 3y - 4$
- $f(2) = 0$ e f^{-1} ha coefficiente angolare -2
- F contiene $(0, 0)$ ed è parallelo a $2x + y = 10$

Esercizio 2 La funzione $f(x) = 6x - x^2$ ha grafico F . Trova la funzione g il cui grafico è F traslato di 1 a sinistra e di 2 in alto.

Esercizio 3 Una funzione quadratica $f(x) = ax^2 + bx + c$ ha grafico F . Trovare a, b, c nei casi seguenti:

- $f(1) = 1, f(2) = 4$ e f è pari
- F passa per $(0, 2), (-2, 0)$ e $(1, 0)$
- F ha vertice in $(1, -1)$ e passa per $(0, 0)$.

I prossimi esercizi 4-10 sono tratti dalle prove in itinere degli ultimi anni. Qui ne riassumo i testi.

Esercizio 4 (gennaio 2015)

Data $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ con grafico F .

- Trovare $\text{Im}(f)$ e disegnare F
- Risolvere $|f(x)| \geq \frac{1}{2}$
- Trovare l'espressione della funzione che ha grafico ottenuto da F traslando di 2 a destra e di 3 in alto

Esercizio 5 (febbraio 2015)

Trovare f sapendo che $f^{-1}(y) = 1 - 4y$ e dire se f è crescente.

Esercizio 6 (febbraio 2015) $f(x) = mx + q$ ha grafico F e $g(x) = ax^2 + bx + c$ ha grafico G .

- Trovare m, q sapendo che F contiene $(1, 3)$ ed è ortogonale a $y = \frac{x}{2} + 5$
- Trovare a, b, c sapendo che G è simmetrico rispetto all'asse delle ordinate e interseca F in punti di ascisse 0 e 2
- Risolvere $f(x) \leq g(x)$

Esercizio 7 (gennaio 2014)

Risolvere $|2 - x| < 1$.

Esercizio 8 (gennaio 2014)

Una funzione quadratica $f(x) = ax^2 + bx + c$ ha grafico F .

- Trovare a, b, c sapendo che F contiene $(5, 165)$, $(10, 80)$ e $(12, 32)$
- Risolvere $f(x) < 120$
- Trovare il massimo di f

Esercizio 9 (gennaio 2013)

$f(x) = -x^2 + x + 6$ ha grafico F . Trovare il massimo di f e la funzione g che ha grafico ottenuto da F trasladando di 2 a sinistra e di 1 in basso.

Esercizio 10 (gennaio 2012)

$f(x) = 3x^2$ ha grafico F e $g(x) = 3x^2 - 24x + 11$ ha grafico G .

- Descrivere la posizione di G rispetto a F
- Trovare $\text{Im}(g)$
- Risolvere $g(x) \geq 11$

* * *

Esercizio 11 Disegnare i grafici delle funzioni

$$f(x) = 2x - 1 \quad g(x) = |f(x)| \quad h(x) = f(|x|) \quad k(x) = |f(|x|)|$$

Esercizio 12 Disegnare i luoghi definiti nel piano dai seguenti sistemi e trovarne l'area:

- $\begin{cases} y \geq 2x - 3 \\ y \leq 3 - x \\ x \geq 0 \end{cases}$
- $\begin{cases} y \geq x - 1 \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - 3 \leq 5y \leq 11 - 2x \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases}$

Esercizio 13 Disegnare i grafici delle funzioni

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \quad g(x) = |f(x)| \quad h(x) = f(|x|) \quad k(x) = |f(|x|)|$$

Esercizio 14 Al variare di k in \mathbb{R} dire in quanti punti la retta $y = (2 + k)x - (2k + 3)$ interseca la parabola $y = x^2 - 3x + 4$.