



Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Se un polinomio  $x^2 + bx + c$  con  $b$  razionale ha una radice razionale, si può concludere che è razionale anche l'altra radice? Spiegare.

2. Posto  $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : 7x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0\}$  e  $v = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$ , provare che  $\mathcal{B} = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} \right)$  è base di  $X$  e che  $v$  appartiene a  $X$ , quindi calcolare  $[v]_{\mathcal{B}}$ .

3. Stabilire se esistano applicazioni lineari iniettive e/o surgettive

$f : \{p(w) \in \mathbb{C}_{\leq 6}[w] : p(1) = p'(-1) = 0\} \rightarrow \{z \in \mathbb{C}^7 : iz_1 + 5z_3 + z_6 = 0\}$ . Spiegare.

4. Risolvere  $\begin{cases} 3x + 7y - 4z = 3 \\ 10x + 29y - 21z = 12 \\ 2x - y + 5z = 0. \end{cases}$

5. Dati  $v = \begin{pmatrix} 10 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}$  e  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  lineare tale che  $f\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $f\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ , provare che  $f$  è iniettiva e che  $v \in \text{Im}(f)$  e calcolare  $f^{-1}(v)$

6. Calcolare  $\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 7 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

7. Posto  $\mathcal{S}_3 = \{X \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}) : {}^tX = X\}$  e  $\mathcal{A}_3 = \{X \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}) : {}^tX = -X\}$

calcolare la proiezione su  $\mathcal{A}_3$  di  $\begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ 2 & 1 & 7 \\ -1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$  rispetto alla decomposizione  $\mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}) = \mathcal{S}_3 \oplus \mathcal{A}_3$ .

### Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato alla fine della prima ora. Durante la prima ora non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Durante la prima ora sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.

1. ♠ 2. ♥ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♥ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♥ 9. ♣ 10. ◇



1.

- (A) ( punti)
- (B) ( punti)
- (C) ( punti)
- (D) ( punti)
- (E) ( punti)

2.

- (A) ( punti)
- (B) ( punti)
- (C) ( punti)
- (D) ( punti)
- (E) ( punti)

---

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria. Dall'inizio della seconda ora si possono consultare i libri di testo del corso, esclusivamente in originale e senza annotazioni. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La soluzione di ogni esercizio deve essere consecutiva su un solo foglio. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto di un esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

---



## Risposte

5. ♥

1. Sì, le radici hanno somma  $-b$
2.  $X$  ha dimensione 2 e  $\mathcal{B}$  consiste di due vettori linearmente indipendenti che gli appartengono;  $v$  soddisfa l'equazione di  $X$ ;  $[v]_{\mathcal{B}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$
3. Il dominio ha dimensione 5 e il codominio ha dimensione 6: esistono  $f$  iniettive ma non surgettive
4.  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \text{Span} \begin{pmatrix} -31 \\ 23 \\ 17 \end{pmatrix}$
5.  $\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$
6. 8
7.  $\begin{pmatrix} 0 & 3/2 & -1/2 \\ -3/2 & 0 & 2 \\ 1/2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

---

 1. ♠ 2. ♥ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♥ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♥ 9. ♣ 10. ◇
 

---



## Soluzioni

**1.**

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)

**2.**

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)