

Esencitazione Algebra Lineare

Ricevimento: Giovedì 11-14

Dh Studio 401

callegario@dm.unipi.it

1) $n! > 2^n$ per $n \geq 4$

$$n = 4$$

$$n > 4$$

$$24 = 4! > 16 = 2^4$$

$$\frac{n!}{5!} = \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 5}_{n-4}$$

$n-4$ fattori

tutti > 2

$$\frac{n!}{4!} > 2^{n-4}$$

$\Rightarrow$

$$\frac{n!}{4!} \cdot 2^4 > 2^n$$

$$5 > 2$$

$$6 \cdot 5 > 2 \cdot 2$$

$$7 \cdot 6 \cdot 5 > 2^3$$

$$4! > 2^4$$

$$\frac{4!}{2^4} > 1$$

$$n! > 2^n$$

$\Downarrow$

$$\frac{n!}{4!} \cdot \frac{4!}{2^4} \cdot 2^4 > \frac{n!}{4!} \cdot 2^4 > 2^n$$

2) $x, y \in \mathbb{R}$

① $x \in \mathbb{Q}$ e ③ $y \notin \mathbb{Q}$

② $x + y \notin \mathbb{Q}$

implica

1 $A \in B \Rightarrow C$ ← ~~sono equivalenti~~

2 non C $\Rightarrow$, non A oppure non B

3 se e solo che A è vera allora } Δ

non C $\Rightarrow$ non B

$$\textcircled{A} \quad x \in \mathbb{Q} \quad , \quad \text{non } \textcircled{C} \quad x+y \in \mathbb{Q}$$

$$-x \in \mathbb{Q} \quad (x+y) + (-x) \in \mathbb{Q}$$

$$y \in \mathbb{Q}$$

non $\textcircled{B}$

quindi

$$A \wedge \text{non } C \Rightarrow \text{non } B$$

che equivale a

$$A \wedge B \Rightarrow C$$

ovvero negando la tesi (C) , e usando (A)
ho dimostrato $\text{non}(B) \rightarrow$ "assurdo"

l'equazione è $x^2 = A, B$ e non C

3) $p \in \mathbb{N}$ primo, $p > 2$

$$x^2 = p$$

non ha soluzioni in $\mathbb{Q}$ (cioè non ha
soluzioni con
 $x \in \mathbb{Q}$)

es $p = 5$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$$

(e così pure $\sqrt{2}, \sqrt{11}, \sqrt{13}, \dots$)

(ma $\sqrt{9} \in \mathbb{Q}$)

Sia $x = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}$ soluzione di

$$x^2 = p$$

posso supporre che m, n siano
primi tra loro, ovvero: non
hanno fattori primi comuni.

$$\frac{m^2}{n^2} = p$$

$$m^2 = p n^2$$

$$\left[\text{es: } 6^{2 \cdot 3}, 55^{5 \cdot 11} \right]$$

p divide m^2

quindi

p divide m

Se p primo divide un prodotto di due
interi $a \cdot b \Rightarrow$

$\Rightarrow p$ divide a o p divide b .

$$\begin{aligned}
 a &= p_1^{m_1} \cdots p_k^{m_k} \\
 b &= p_1^{n_1} \cdots p_h^{n_h}
 \end{aligned}$$

$ab = p_1^{m_1} \cdots p_k^{m_k} \cdot p_1^{n_1} \cdots p_h^{n_h}$

fattori comuni in fattori primi

p

$$\begin{aligned}
 p \text{ divide } m^2 &= m \cdot m \\
 \Rightarrow p \text{ divide } m
 \end{aligned}$$

Posso scrivere $m = p m'$ $m' \in \mathbb{Z}$

$$m^2 = p n^2 \quad \text{diventa}$$

$$p^2 m'^2 = p n^2$$

$$p m'^2 = n^2$$

p divide $n^2 \Rightarrow p$ divide n

$$n = p n'$$

assunto perché
 m, n primi tra loro.