UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Civile, Ambientale ed Edile

Geometria e Algebra Lineare / II parte — Scritto del 28/1/13 — Quesiti

Nome ____________ **Cognome** ____________ **Matricola** ______

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato alla fine della prima ora. Durante la prima ora non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Durante la prima ora sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.

1. ♠ 2. ♡ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♡ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♡ 9. ♣ 10. ♢

Geometria e Algebra Lineare / II parte — Scritto del 28/1/13 — Esercizî

1. Considerare la curva $\alpha(u) = \begin{pmatrix} \sin(\pi \cdot u) \\ u^2 \\ \ln(1+u) \end{pmatrix}$.

(A) (2 punti) Trovare il dominio I di α e provare che su I la α è semplice e regolare.

(B) (3 punti) Calcolare curvatura e torsione di α in $u = 0$.

(C) (3 punti) Determinare il riferimento di Frénet di α in $u = 0$.

(D) (4 punti) Calcolare $\int\limits_\beta y \, \mathrm{d}z$ e $\int\limits_\beta x \, \mathrm{d}y$ dove β è la restrizione di α a $[0, 1]$

2. Al variare di $k \in \mathbb{R}$ considerare la matrice $A_k = \begin{pmatrix} 7 & k-2 & -4k-12 \\ 4-k^2 & k^2+k-1 & 2k^2-8 \\ 1 & 0 & -2k-1 \end{pmatrix}$.

(A) (2 punti) Provare che $\det(A_k) = -2k^4 - 5k^3 + k^2 - 5k + 3$.

(B) (2 punti) Sapendo che $p_{A_k}(1) = 2k^4 + 4k^3$ determinare $p_{A_k}(t)$.

(C) (2 punti) Sapendo che A_k ha sempre l'autovalore $\lambda_1 = k^2 + 1$ trovare gli altri autovalori.

(D) (3 punti) Trovare i valori di k per cui A_k ha autovalori con molteplicità algebrica maggiore di 1.

(E) (3 punti) Trovare i valori di k per cui A_k non è diagonalizzabile.

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria. Dall'inizio della seconda ora si può usare anche un foglio manoscritto contenente enunciati e formule. Si può uscire solo in casi eccezionali. Ogni foglio consegnato deve recare nome e numero di matricola. La soluzione di ogni esercizio deve essere consecutiva su un solo foglio. La minuta non va consegnata. Per risolvere un punto di un esercizio è sempre lecito utilizzare gli enunciati dei punti precedenti, anche se non si è riusciti a risolverli.

Risposte

5. ♡

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

1. ♠ 2. ♡ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♡ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♡ 9. ♣ 10. ♢

UNIVERSITÀ DI PISA

Corso di Laurea in
Ingegneria Civile, Ambientale ed Edile

Geometria e Algebra Lineare / II parte — Scritto del 28/1/13 — Esercizî

Soluzioni

1.

(A) $I = (-1, +\infty)$; $Z'(t) > 0$ per ogni t, dunque Z è crescente

(B) $\kappa = \frac{\left(4+5\pi^2\right)^{1/2}}{(1+\pi^2)^{3/2}}$, $\tau = \frac{2\pi^3+4\pi}{4+5\pi^2}$

(C) $t = \frac{1}{\sqrt{1+\pi^2}} \begin{pmatrix} \pi \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $n = \frac{1}{\sqrt{4+9\pi^2+5\pi^4}} \begin{pmatrix} \pi \\ 2+2\pi^2 \\ -\pi^2 \end{pmatrix}$, $b = \frac{1}{\sqrt{4+5\pi^2}} \begin{pmatrix} -2 \\ \pi \\ 2\pi \end{pmatrix}$

(D) $\ln(2) - \frac{1}{2}$ e $\frac{2}{\pi}$

2.

(A) Sottraendo alla terza colonna $2k+1$ volte la prima si trova det $\begin{pmatrix} k-2 & 10k-5 \\ k^2+k-1 & -2k^3+k^2+8k-4 \end{pmatrix}$ e i conti ora sono facili

(B) $t^3 - (k^2-k+5)t^2 + (-k^3+2k^2-6k+7)t + 2k^4 + 5k^3 - k^2 + 5k - 3$

(C) $\lambda_2 = k+3$, $\lambda_3 = 1-2k$

(D) $k=-2$, $k=-1$, $k=-\frac{2}{3}$, $k=0$, $k=2$

(E) $k=-2$, $k=-1$, $k=-\frac{2}{3}$, $k=0$