# Esercizî di Algebra Lineare (Petronio 12/13)

5 dicembre 2012

**Esercizio 1**. Risolvere rispetto a $z \in \mathbb{C}$ l'equazione assegnata:

(a) $z^2 + iz + 2 = 0$

(b) $z^2 - 3z + 3 + i = 0$

(c) $z^2 + (1 - 7i)z - 22 + 7i = 0$

(d) $z^3 = -8$

(e) $z^4 = 4i$

(f) $3(1 + i)z^3 - 4(3 + i)z^2 + (13 - i)z + 2(i - 2) = 0$

(g) $z^3\overline{z} + 8i = 2z\,(z + 2i\overline{z})$

**Esercizio 2**. Sapendo che il polinomio $p(z)$ dato ha la radice $z_1$ indicata, trovare tutte le altre radici con la loro molteplicità:

(a) $p(z) = z^3 + (2 - 4i)z^2 - (4 + 8i)z - 8, \quad z_1 = -2$

(b) $p(z) = 4z^3 + (8i - 4)z^2 - (5 + 4i)z + 1 - i, \quad z_1 = -\frac{i}{2}$

(c) $p(z) = z^4 + (1 - i)z^3 + (1 + 3i)z^2 + (9 - i)z - 5i, \quad z_1 = i$

(d) $p(z) = z^4 + (2i - 1)z^3 + (3i - 3)z^2 - (4 + 10i)z + 6 + 2i, \quad z_1 = 1 - i$

**Esercizio 3**. Verificare che $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ i \\ 1+i \\ -1 \end{pmatrix}$ appartiene a

$$V = \{z \in \mathbb{C}^4 : \; iz_1 + (1-i)z_2 - 2z_3 + (i-1)z_4 = 0\}$$

e completare $(v_1)$ a una base di $V$.

**Esercizio 4**. Provare che $V = \{z \in \mathbb{C}^4 : \; 2iz_1 + (i-1)z_2 + (i+1)z_3 + 3z_4 = 0\}$ contiene i vettori

$$\begin{pmatrix} 2-i \\ 3i \\ 2i \\ 3-i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 6i-3 \\ 4i-2 \\ 3-i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1+2i \\ i \\ 2 \\ 1-i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3+i \\ 3+5i \\ 6+2i \\ 2-4i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -i \\ 1+2i \\ 2-i \\ -2/3 \end{pmatrix}$$

ed estrarre da questi ultimi una base di $V$.

**Esercizio 5**. Calcolare l'inversa della matrice assegnata:

(a) $\begin{pmatrix} 4 & -i \\ 1+i & 2-i \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 1+2i & 3i-1 \\ 2+5i & 4-i \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & i & 1-i \\ 2i & 1+3i & -1 \\ 2+i & 1+i & 3i \end{pmatrix}$

**Esercizio 6**. Per il sottospazio affine $E$ assegnato trovare una presentazione parametrica se ne è data una cartesiana, e viceversa:

(a) $E \subset \mathbb{C}^3, \quad E: \; (1-4i)z_1 + (2+i)z_2 + (3i-2)z_2 = 4-5i$

(b) $E \subset \mathbb{C}^4, \quad E: \; (1+i)z_1 + (4i-1)z_2 + (6+i)z_3 + (1-2i)z_4 = 2-3i$

(c) $E \subset \mathbb{C}^3, \quad E: \; \begin{cases} (1-i)z_1 + 2iz_2 + (4-i)z_3 = i \\ 2iz_1 + (1+2i)z_2 + (1+i)z_3 = -2 \end{cases}$

(d) $E \subset \mathbb{C}^4, \quad E : \left\{ \begin{array}{l} (1+i)z_1 + 3iz_2 + (3-2i)z_3 + 5z_4 = 2i \\ (2+i)z_1 + 2iz_2 + (1-2i)z_3 + 3iz_4 = 1 \end{array} \right.$

(e) $E \subset \mathbb{C}^3, \quad E : \left\{ \begin{array}{l} z_1 = -1 + (1+i)u \\ z_2 = 1 + i - 4iu \\ z_3 = 2i + 7u \end{array} \right.$

(f) $E \subset \mathbb{C}^4, \quad E : \left\{ \begin{array}{l} z_1 = 1 - i + (6+i)u \\ z_2 = 3i - 2 + (1+i)u \\ z_3 = -4i + (2-i)u \\ z_4 = -4 + (5+i)u \end{array} \right.$

(g) $E \subset \mathbb{C}^3, \quad E = \left\{ \begin{array}{l} z_1 = i + 2u - 5iw \\ z_2 = 3 + (1-i)u + 2w \\ z_3 = 1 + i + 3iu + (1+2i)w \end{array} \right.$

(h) $E \subset \mathbb{C}^4, \quad E : \left\{ \begin{array}{l} z_1 = -1 + iu + (1+i)w \\ z_2 = i + (3-i)u + 2w \\ z_3 = 1 + i + (4-i)u + 3iw \\ z_4 = 1 + (2+i)u + (i-3)w \end{array} \right.$