(1A) La richiesta equivale al fatto che A_k sia antihermitiana, il che accade per $k = 1 + i$. Si ha poi $\lambda_1 = i$, $\lambda_2 = 4i$, $u_1 = \frac{e^{i\vartheta_1}}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} i \\ 1 - i \end{pmatrix}$ e $u_2 = \frac{e^{i\vartheta_1}}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 + i \\ i \end{pmatrix}$ con ϑ_1, ϑ_2 reali.

(1B) B_k è reale e simmetrica; un autovalore è nullo se $\Re(k) = 1$, lo sono entrambi se $k = 1 + i$; se $\Re(k) \neq 1$ il prodotto degli autovalori vale $-4\left(\Re(k) - 1\right)^2 < 0$, dunque essi sono discordi.

(1C) $\eta_1 = -\sqrt{2}$, $\eta_2 = 2\sqrt{2}$, $v_1 = \frac{\pm 1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$ e $v_2 = \frac{\pm 1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$.

(2A) $7\sqrt{21} - \frac{2}{3}\sqrt{2}$

(2B) -3

(2C) $\kappa = \frac{3}{4}\sqrt{2}$, $\tau = -\frac{4}{9}$, $\mathcal{E} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, -\frac{\sqrt{2}}{6} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$

(A) Per $k = 2$ sui tre vettori v_1, v_2, v_3 su cui è assegnata f vale la relazione $10v_1 - 5v_2 - v_3 = 0$ mentre per i vettori w_1, w_2, w_3 che sono assegnati come loro immagini la relazione $10w_1 - 5w_2 - w_3 = 0$ non vale.

(B) L'unico valore intero per cui w_1, w_2, w_3 sono linearmente dipendenti è $k = -3$ (l'altro valore è $k = \frac{1}{8}$); per $k = -3$ vale la relazione $5w_1 + 10w_2 - w_3 = 0$, e vale anche $5v_1 + 10v_2 - v_3 = 0$.

(C) $\begin{pmatrix} -25 \\ 26 \\ -8 \end{pmatrix}$.