



Algebra Lineare — Scritto del 13/9/11 — Quesiti

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Data $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0\}$ tale che $f(e_1) = -e_1 + e_2 + e_3$ e $f(e_2) = e_1 + 2e_2 + e_3$, calcolare $f^{-1}(2e_1 + e_2)$.

2. Data la base $\mathcal{B} = (3 - 2t, 2 + t)$ di $\mathbb{R}_{\leq 1}[t]$, calcolare $[1 - 3t]_{\mathcal{B}}$.

3. Calcolare $\det \begin{pmatrix} 1 - i & 2 + 3i \\ 3 + i & 1 + 2i \end{pmatrix}$.

4. Se $f : \mathbb{R}^7 \rightarrow \{x \in \mathbb{R}^5 : x_1 = x_3 - x_4\}$ è lineare e non surgettiva e $W \cap \text{Ker}(f) = \{0\}$, che dimensione può avere W ?

5. Risolvere $\begin{cases} x - 3y + z = -2 \\ 2x + y - z = 6 \\ x + 2y - 3z = 7. \end{cases}$

6. Risolvere $(1 + i)z + 3\bar{z} = 9 + 4i$ con $z \in \mathbb{C}$.

7. Considerare la decomposizione $\mathbb{R}^3 = X \oplus Y$ con $X = \{x \in \mathbb{R}^3 : 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0\}$ e $Y = \text{Span}(e_1 + 2e_2 - e_3)$ e calcolare l'associata proiezione su X di $4e_1 + e_2 - e_3$.

Le risposte devono essere sinteticamente giustificate

Deve essere esibito il libretto o un documento. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Questo foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Questo foglio va consegnato alla fine della prima ora. Durante la prima ora non è concesso alzarsi né chiedere chiarimenti. Durante la prima ora sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e la cancelleria.

1. ♠ 2. ♥ 3. ♠ 4. ♣ 5. ♦ 6. ♠ 7. ♣ 8. ♥ 9. ♣ 10. ♦



1. Al variare di $t \in \mathbb{R}$ considerare le applicazioni lineari $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tali che

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ t-2 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} t+1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2t \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- (A) (6 punti) Stabilire quante tali f esistano al variare di t
- (B) (3 punti) Determinare per quale t una tale f esiste, è unica e non è iniettiva
- (C) (3 punti) Per $t = 0$ verificare che f esiste ed è unica e calcolare $f(e_1 + 4e_2 - 3e_3)$.

2. In $\mathbb{R}^4$ considerare i sottospazi affini

$$E : \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 8 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases} \quad F = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \text{Span} \left(\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

- (A) (4 punti) Trovare equazioni parametriche di E .
- (B) (4 punti) Trovare equazioni cartesiane di F .
- (C) (4 punti) Descrivere la posizione reciproca di E ed F e quella delle loro giaciture, determinando poi $E + F$.



Risposte esatte

5. $\diamond$

1. $-e_1 + e_2$

2. $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

3. $-10i$

4. Tra 0 e 3

5. $x = 2, y = 1, z = -1$

6. $z = 2 - i$

7. $2e_1 - 3e_2 + e_3$

1. $\spadesuit$ 2. $\heartsuit$ 3. $\spadesuit$ 4. $\clubsuit$ 5. $\diamond$ 6. $\spadesuit$ 7. $\clubsuit$ 8. $\heartsuit$ 9. $\clubsuit$ 10. $\diamond$
