

Geometria e Algebra 1 - Esercizi del 22/11/07

(1) Calcolare il rango di

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 7 & -2 & 4 \\ 4 & 4 & 19 \\ -3 & 6 & 15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 & -4 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & -4 \\ 6 & 2 & -5 & 1 & 7 \\ 7 & 4 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

(2) Calcolare il determinante di

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & -3 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 & 5 & 1 & +3 \\ 4 & 1 & -3 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

(3) Trovare una parametrizzazione cartesiana di

$$\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^2$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} : t, s \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^3$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^4$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} : t, s \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^4$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} : t, s, u \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^4$$

(4) Trovare una parametrizzazione parametrica di

$$\{ 7x - 4y = 5 \} \subset \mathbb{R}^2$$

$$\{ 5x - 2y + 4z = 12 \} \subset \mathbb{R}^3$$

$$\begin{cases} -x + 5y + 7z = 4 \\ 2x - y + 9z = -1 \end{cases} \subset \mathbb{R}^3$$

$$\{ 2x - 7y + z - 4w = 14 \} \subset \mathbb{R}^4$$

$$\begin{cases} 4x - 2y + z - w = 2 \\ -3x + 7y - 2z + 4w = 6 \end{cases} \subset \mathbb{R}^4$$

$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z + 4w = 6 \\ x + 7y + 4z - w = 0 \\ -x + 2y - 3z + 2w = 1 \end{cases} \subset \mathbb{R}^4$$

(5) Provare che se $f: V \rightarrow W$ è lineare e $E \subset V$ è affine allora $f(E)$ è affine. Che relazione esiste tra le dimensioni?

(6) Sia $\dim V = n$, $E \subset V$ affine, $0 \notin E$, $\dim E = n-1$, $f: V \rightarrow V$ lineare t.c. $f(x) = x \forall x \in E$. Provare che $f = \text{id}$.